Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXVI, No.3, 2016
www.icp.az/2016/3-06.pdf

UOT 519.852.6

K.Ş. MƏMMƏDOV, N.N. MƏMMƏDOV

ÇANTA MƏSƏLƏSINDƏ MƏQSƏD FUNKSİYASINA GÖRƏ ZƏMANƏTLİ HƏLL VƏ ZƏMANƏTLI SUBOPTIMAL HƏLL ANLAYIŞI VƏ ONUN TAPILMASI

Çanta məsələsində məqsəd funksiyasına görə zəmanətli həll və zəmanətli suboptimal həll anlayışları verilmişdir. Funksionalın əmsallarının verilmiş tamədədli intervallar daxilində minimal artırılıb-azaldılması hesabına onun qiymətinin qeyd olunmuş ədəddən az olmamasına zəmanət verən həllin tapılması alqoritmi işlənilmişdir. Bir ədədi misal üzərində həmin alqoritim yerinə yetirilmişdir.

Açar sözlər: Çanta məsələsi, funksionala görə zəmanətli həll və zəmanətli suboptimal həll, dixotomiya prinsipi, alqoritm

1. Giriş: Aşağıdakı kimi məlum çanta məsələsinə baxaq:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \quad \to \max \tag{1.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_j x_j \quad \le b \tag{1.2}$$

$$x_j = 0 \vee 1, \ \ j = \overline{1,n} \tag{1.3}$$

Burada $c_j > 0, \ a_j > 0, \ j = \overline{1,n}$, $b > 0$ verilmiş ədədlərdir. Ümumiliyi pozmadan bu ədədləri tam ədədlər qəbul edə bilərik. Bu məsələyə bir iqtisadi interpretasiya verək. Tutaq ki, n sayda obyektdən ya istifadə olunmalı, ya da istifadə olunmamalıdır. Əgər j-ci ($j = \overline{1,n}$) obyektdən istifadə olunarsa, onda a_j ($j = \overline{1,n}$) qədər xərc çəkilməlidir və bu zaman c_j ($j = \overline{1,n}$) qədər gəlir (mənfəət, qazanc və s.) əldə olunar. Tutaq ki, obyektlərin seçilməsi üçün b miqdarda resurs (xammal, kapital qoyuluşu, vəsait və s.) ayrılmışdır. Təbii olaraq məsələ aşağıdakı kimi qoyulmalıdır: elə obyektləri istifadə üçün seçməli ki, onlara çəkilən ümumi xərc ayrılmış b miqdarda resursdan çox olmasın və eyni zamanda əldə olunan gəlir (mənfəət, qazanc, effekt və s.) maksimal olsun.

Qeyd edək ki, bu məsələ NP-tam sinfə, yəni çətin həll olunan məsələlər sinfinə aiddir. Yəni onun optimal həllinin tapılması üçün polinomial zaman mürəkkəbliyinə malik üsullar yoxdur. Lakin nisbətən kiçik ölçülü məsələlərin optimal həllinin tapılması üçün“budaqlanmalar və sərhədlər”, “dinamik proqramlaşdırma” və “kombinator” tipli üsullar var [1-6, və s.]. Lakin bu üsullar məchulların n sayının böyük qiymətlərində məsələni real zaman müddətində həll edə bilmir. Ona görə də bu məsələnin kifayət qədər effektiv suboptimal (təqribi) həll üsulları işlənilmişdir.

2. Məsələnin qoyuluşu: Biz bu məsələyə iqtisadi baxımdan yeni nöqteyi nəzərdən yanaşmışıq. Tutaq ki, (1.1)-(1.3) məsələsi müəyyən bir üsulla həll olunub və onun $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ optimal həlli və (1.1) funksiyasına uyğun

$$f^* = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j^*$$

maksimal qiyməti tapılmışdır. Fərz edək ki, sifarişçi verilmiş məlum b vəsaiti daxilində və a_j ($j = \overline{1,n}$) xərclərini dəyişmədən daha çox gəlir əldə etmək istəyir. Təbiidir ki, bu zaman c_j ($j = \overline{1,n}$) qiymətləri müəyyən qeyd olunmuş intervalda artırılıb-azaldılmalıdır. Başqa sözlə, bazar qiymətlərində elə dəyişiklik edilməlidir ki, əldə olunan yeni gəlir müəyyən $f^* + \triangle$ ədədindən az olmasın. Xüsusi halda $\triangle = \left[f^* \frac{p}{100}\right]$ kimi qəbul edə bilərik, yəni ilkin gəlir ən azı $p\%$

artırılmalıdır. Başqa sözlə (1) funksiyasının əmsallarını qeyd olunmuş intervallarda və qeyd olunmuş $a_j\ (j=\overline{1,n})$ və b qiymətlərində elə dəyişməliyik ki, nəticədə alınmış həll (1.1) funksiyasının qiymətlərinin $f^*+\triangle$ kəmiyyətindən az olmamasına zəmanət versin. Beləliklə, biz aşağıdakı kimi yeni riyazi modeli alırıq:

$$\sum_{j=1}^{n}(c_j+\delta_j)x_j \quad \to \max \tag{2.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n}a_jx_j \quad \le b \tag{2.2}$$

$$x_j=0\vee 1,\ \ j=\overline{1,n} \tag{2.3}$$

Burada $\delta_j\ (j=\overline{1,n})$ parametrləri $\alpha_j\le\delta_j\le\beta_j\ \ (j=\overline{1,n})$ şərtlərini ödəyən məchul tam ədədlərdir və $\alpha_j\le 0,\ \beta_j\ \ge 0,\ (j=\overline{1,n})$ olmalıdır.

Qeyd edək ki, $\delta_j\ \in[\alpha_j,0)\ \ (j=\overline{1,n})$ olarsa uyğun $c_j\ (j=\overline{1,n})$ qiymətləri $\delta_j\ (j=\overline{1,n})$ qədər azalmalıdır, əgər $\delta_j\ \epsilon\ [0,\beta_j]\ (j=\overline{1,n})$ olarsa uyğun $c_j\ (j=\overline{1,n})$ qiymətləri $\delta_j\ \ (j=\overline{1,n})$ qədər artırılmalıdır. Daha bir məsələni də qeyd edək ki, (2.3) funksiyası qeyri xəttidir, çünki orada $\delta_jx_j\ (j=\overline{1,n})$ hasilləri iştirak edir.

Beləliklə biz aşağıdakı riyazi modeli alırıq:

$$\delta_j \ \to\ min \tag{2.4}$$

$$\sum_{j=1}^{n}(c_j+\delta_j)x_j \quad \ge f^*+\triangle \tag{2.5}$$

$$\sum_{j=1}^{n}a_jx_j \quad \le b \tag{2.6}$$

$$\alpha_j\le\delta_j\le\beta_j,\ \ (j=\overline{1,n})\ \ və\ \ tamdır \tag{2.7}$$

$$x_j=0\vee 1,\ \ j=\overline{1,n} \tag{2.8}$$

Burada $c_j>0,\ a_j>0,\ \alpha_j\le 0,\ \beta_j\ \ge 0,\ (j=\overline{1,n})$ və $b\ >0$ verilmiş sabit tam ədədlərdir.

3. Üsulun nəzəri əsaslandırılması: Biz (2.4)-(2.8) məsələsini həll etmək üçün aşağıdakı bəzi anlayışları verək:

Tərif 1: Qeyd olunmuş $\delta_j\ (j=\overline{1,n})$ kəmiyyətləri üçün (2.5)-(2.8) şərtlərini ödəyən hər bir n ölçülü $X=(x_1,x_2,\dots,x_n)$ vektoruna (2.4)-(2.8) məsələsinin mümkün həlli deyəcəyik.

Tərif 2: (2.4)-(2.8) məsələsinin mümkün həlləri içərisində $\delta_j\ (j=\overline{1,n})$ kəmiyyətlərinə ən kiçik qiymət verən $X^*=(x_1^*,x_2^*,\dots,x_n^*)$ həllinə (2.4)-(2.8) məsələsinin funksionala görə zəmanətli həlli deyəcəyik.

Qeyd edək ki, (2.4)-(2.8) məsələsi çox kriteriyalı qeyri-xətti tamədədli proqramlaşdırma məsələsidir. Belə məsələlər NP – tam sinifdə olduğundan, məchulların n sayının böyük qiymətlərində onların optimal həllərinin tapılması üçün real zaman müddətində işləyən alqoritmlər mövcud deyil. Ona görə də praktikanın tələblərini ödəmək məqsədi ilə, həm də bir riyazi model kimi (2.4)-(2.8) məsələsinin təqribi (suboptimal) həllərinin tapılması zərurəti meydana çıxır. Bu məqsədlə aşağıdakı anlayışı da verək.

Tərif 3: (2.4)-(2.8) məsələsinin mümkün həlləri içərisində $\delta_j\ (j=\overline{1,n})$ kəmiyyətlərinə mümkün qədər kiçik qiymət verən $X^z=(x_1^z,x_2^z,\dots,x_n^z)$ həllinə (2.4)-(2.8) məsələsinin funksionala görə zəmanətli suboptimal həlli deyəcəyik.

Qeyd etmək lazımdır ki, [7-9] işlərində bu məqalənin müəllifləri tərəfindən zəmanətli həll və zəmanətli suboptimal həll anlayışları verilmişdir. Lakin həmin işlərdə zəmanətli həll məhdudiyyət şərtlərinin sağ tərflərinə nəzərən təyin olunmuşdur. Bu işdə isə həmin işlərdən fərqli olaraq məhdudiyyət şərtlərinin sağ tərəfi olan b ədədi və a_j $(j = \overline{1,n})$ əmsalları sabit qalmaqla, c_j $(j = \overline{1,n})$ əmsallarının dəyişdirilməsi əsasında funksionalın qiymətinə görə zəmanətli həll axtarılır.

(2.4)-(2.8) məsələsinin zəmanətli suboptimal həllini tapmaq üçün fərz edirik ki, (1.1)-(1.3) məsələsinin hər hansı $X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ suboptimal həlli və (1.1) funksiyasının uyğun

$$f^s = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j^s$$

qiyməti tapılmışdır. Bundan sonra $\triangle^s = \left[f^s \frac{p}{100}\right]$ ədədini təyin edək, burada p – kəmiyyəti f^s – qiymətinin p faizidir. Biz δ_j $(j = \overline{1,n})$ paramertlərini uyğun $[\alpha_j, \beta_j]$ $(j = \overline{1,n})$ intervallarında elə dəyişməliyik ki, (2.4)-(2.8) məsələsində (2.5) münasibəti ödənilsin. Biz δ_j $(j = \overline{1,n})$ paramertlərinin axtarılan qiymətlərini tapmaq üçün, (2.4)-(2.8) məsələsinin zəmanətli suboptimal həllini tapmaq məqsədilə aşağıdakı kimi hesablama prosesi qururuq.

Əvvəlcə δ_j $(j = \overline{1,n})$ kəmiyyətlərinə mümkün α_j $(j = \overline{1,n})$ qiymətlərini verək, yəni $\delta_j \coloneqq \alpha_j$ $(j = \overline{1,n})$ qəbul edək, bu zaman $c'_j \coloneqq c_j$ $(j = \overline{1,n})$ qəbul edib, ilkin c_j-ləri $(j = \overline{1,n})$ yadda saxlayaq. Sonra $c_j \coloneqq c'_j + \delta_j$ $(j = \overline{1,n})$ qəbul edək. Bundan sonra cari (1.1)-(1.3) məsələsinin $X^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ suboptimal həllini və uyğun

$$f^0 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j^0$$

qiymətini təyin edək. Bu halda aydındır ki, $f^0 < f^s + \triangle^s$ olmalıdır, çünki cari δ_j $(j = \overline{1,n})$ kəmiyyətləri mənfi ədədlərdir.

Növbəti (1.1)-(1.3) tipli məsələni qurmaq üçün dixotomiya prinsipindən istifadə edərək $\delta_j \coloneqq \left[\frac{\alpha_j + \beta_j}{2}\right]$ $(j = \overline{1,n})$ qəbul edək və yeni $c_j \coloneqq c'_j + \delta_j$ $(j = \overline{1,n})$ əmsallarını hesablayaq. Alınmış yeni cari (1.1)-(1.3) məsələsinin $X^1 = (x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1)$ suboptimal həllini və (1.1) funksiyasının uyğun

$$f^1 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j^1$$

qiymətini tapaq.

Bu zaman iki hall mümkündür: $f^1 < f^s + \triangle^s$ və ya $f^1 \geq f^s + \triangle^s$ olar. Əgər $f^1 < f^s + \triangle^s$ olarsa, onda $\alpha_j \coloneqq \delta_j$ və $\delta_j \coloneqq \left[\frac{\alpha_j + \beta_j}{2}\right]$ $(j = \overline{1,n})$ qəbul edək. Bundan sonra yenidən $c_j \coloneqq c'_j + \delta_j$ $(j = \overline{1,n})$ qəbul edib cari (1.1)-(1.3) məsələsinin $X^2 = (x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2)$ həllini və uyğun

$$f^2 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j^2$$

qiymətini təyin edirik.

Əks halda yəni $f^1 \geq f^s + \triangle^s$ olarsa, onda $X^z \coloneqq X^1$ və $\overline{\delta_j} \coloneqq \delta_j$ $(j = \overline{1,n})$ yadda saxlayıb $\beta_j \coloneqq \delta_j$ və $\delta_j \coloneqq \left[\frac{\alpha_j + \beta_j}{2}\right]$ $(j = \overline{1,n})$ qəbul etməklə, yeni $c_j \coloneqq c'_j + \delta_j$ $(j = \overline{1,n})$ əmsallarını hesablayaq. Bu halda məqsədimiz δ_j $(j = \overline{1,n})$ kəmiyyətlərini minimallaşdırmaqdır. Bu zaman alınmış cari (1.1)-(1.3) məsələsinin $X^2 = (x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2)$ həllini və uyğun

$$f^2 = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j^2$$

qiymətini təyin edək.

Qeyd edək ki, $\beta_j - \alpha_j \leq 1$ $(j = \overline{1,n})$ olarsa prosesi dayandırırıq, çünki bu halda $\delta_j := \alpha_j$ $(j = \overline{1,n})$ alınar və δ_j $(j = \overline{1,n})$ kəmiyyətlərinin minimallaşması prosesi başa çatar. Bu proses elə k-cı addıma qədər davam etdirilir ki, $f^k < f^s + \triangle^s$ və ya $f^k \geq f^s + \triangle^s$ şərtlərindən asılı olmyaraq $|\beta_j - \alpha_j| \leq 1$ $(j = \overline{1,n})$ şərti ödənilsin.

Qeyd edək ki, bu hesablama prosesində hər dəfə $f^l \geq f^s + \triangle^s$, $1 \leq l \leq k$ olan halladra $X^z \coloneqq X^l$ və $\overline{\delta_j} \coloneqq \delta_j$ $(j = \overline{1,n})$ yadda saxlanilmalıdır.

Nəticədə alınmış $X^z = (x_1^z, x_2^z, \dots, x_n^z)$ həlli funksionala görə zəmanətli suboptimal həll olar. İndi isə bu prosesin alqoritmini yazaq.

A L Q O R İ T M

Addım1: $n,\ a_j,\ c_j,\ \alpha_j,\ \beta_j$ $(j = \overline{1,n}),$ p və b tam ədədlərini verməli.

Addım2: (1.1)-(1.3) məsələsinin ilkin $X^s = (x_1^s, x_2^s, \dots, x_n^s)$ suboptimal həllini və uyğun

$$f^s = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j^s$$

qiymətini tapmalı.

Addım3: $\triangle^s = \left[f^s \frac{p}{100}\right]$ ədədini hesablamalı. Burada $[z]$ işarəsi z ədədinin tam hissəsini göstərir.

Addım 4: $\delta_j := \alpha_j$, $c_j' \coloneqq c_j$ və $c_j \coloneqq c_j' + \delta_j$ $(j = \overline{1,n})$ qəbul edək, c_j -ni (1.1)-(1.3) məsələsində yerinə yazaq.

Addım 5: Yeni (1.1)-(1.3) məsələsinin $\bar{X}^z = (\bar{x}_1^z, \bar{x}_2^z, \dots, \bar{x}_n^z)$ zəmanətli həllini və

$$\bar{f}^z = \sum_{j=1}^{n} c_j \bar{x}_j^z$$

zəmanətli qiymətini tapaq. Əgər $|\beta_j - \alpha_j| \leq 1$ $(j = \overline{1,n})$ olarsa *Addım 8-ə* keçməli.

Addım 6: Əgər $\bar{f}^z < f^s + \triangle^s$ olarsa onda $\alpha_j \coloneqq \delta_j,$ $\delta_j \coloneqq \left[\frac{\alpha_j+\beta_j}{2}\right], c_j \coloneqq c_j' + \delta_j$ $(j = \overline{1,n})$ və *Addım5*-ə keçməli.

Addım 7: Əgər $\bar{f}^z \geq f^s + \triangle^s$ olarsa $X^z \coloneqq \bar{X}^z$, $f^s \coloneqq \bar{f}^z$, $\beta_j \coloneqq \delta_j$, $\delta_j \coloneqq \left[\frac{\alpha_j+\beta_j}{2}\right]$, $c_j \coloneqq c_j' + \delta_j$ $(j = \overline{1,n})$ qəbul edib *Addım5*- ə keçməli.

Addım 8: $X^z = (x_1^z, x_2^z, \dots, x_n^z)$ həllini,

$$f^z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j^z$$

qiymətini, $f^z - f^s$ artımını, $\triangle$, $f^z - f^s - \triangle$ ədədlərini çap etməli

Addım 9: STOP.

4. Hesablama eksperimentinin nəticələri: Bu üsulun tətbiqi ilə aşağıdakı məsələni həll edək. Bu məsələ [10, səh.43] işindən götürülmüşdür.

$$15x_1 + 8x_2 + 12x_3 + 20x_4 + 17x_5 + 14x_6 + 6x_7 + 4x_8 + 5x_9 + 2x_{10} \rightarrow max$$
$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \leq 18$$

Bu məsələnin suboptimal həlli və bu zaman funksionalın aldığı maksimal qiymət uyğun olaraq belədir: $X^s = (1,1,1,0,0,0,1,0,0,0)$ və $f^s = 41$. Tutaq ki, $f^s = 41$ ədədini ən azı $p = 22\%$, yəni $\triangle^s = 9$ vahid artırmaq lazımdır. Bu zaman alınan yeni məsələ aşağıdakı kimi olacaq:

$$\delta_j \rightarrow min \tag{4.1}$$

$$(15+\delta_1)x_1 + (8+\delta_2)x_2 + (12+\delta_3)x_3 + (20+\delta_4)x_4 + (17+\delta_5)x_5 + (14+\delta_6)x_6 + \\ +(6+\delta_7)x_7 + (4+\delta_8)x_8 + (5+\delta_9)x_9 + (2+\delta_{10})x_{10} \geq f^s + \Delta = 50, \tag{4.2}$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \leq 18, \tag{4.3}$$

$$\delta_1 \in [-3,5],\ \delta_2 \in [-2,6],\ \delta_3 \in [-1,5],\ \delta_4 \in [-4,0],\ \delta_5 \in [-3,1],\ \delta_6 \in [-2,9], \quad (4.4)$$

$$\delta_7 \in [-3,7],\ \delta_8 \in [-1,0],\ \delta_9 \in [0,5],\ \delta_{10} \in [0,3]\ , \quad (4.5)$$

$$x_j = 0 \vee 1\ ,\ j = \overline{1,n}\ . \quad (4.6)$$

İlkin mərhələdə $\delta_j' = \alpha_j$, $(j = \overline{1,10})$ qəbul edək. Yəni $\delta_j' = (-3,-2,-1,-4,-3,-2,-3,-1,0,0)$ yazaq. Onda bu kəmiyyətləri (4.2)-də δ_j-lərin yerinə yazsaq (4.1)-(4.5) məsələsi belə olar:

$$12x_1 + 6x_2 + 11x_3 + 16x_4 + 14x_5 + 12x_6 + 3x_7 + 3x_8 + 5x_9 + 2x_{10} \to max \quad (4.7)$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \le 18 \quad (4.8)$$

$$x_j = 0 \vee 1,\ j = \overline{1,n} \quad (4.9)$$

Alınmış (4.7)-(4.9) məsələsinin əmsalları üçün

$$\frac{c_j}{a_j} = (2{,}4;\ 2;\ 2{,}2;\ 1{,}78;\ 1{,}75;\ 1{,}71;\ 0{,}75;\ 1;\ 1{,}25;\ 1\ )$$

olar. (4.7)-(4.9) məsələsinin suboptimal həlli $X^0 = (1,1,1,0,0,0,0,0,1,0)$ və uyğun $f^0 = 34$ olar. Burada $f^0 = 34 < 50$ olduğundan $\alpha_j = \delta_j'$, $\delta_j' = \frac{\alpha_j+\beta_j}{2}$, $(j = \overline{1,10})$ qəbul edək. Yəni $\delta_j' = (1,2,2,-2-1{,}3{,}2{,}0{,}2{,}1)$ olar. Onda bu kəmiyyətləri (4.2)-də δ_j-lərin yerinə yazsaq (4.1)-(4.5) məsələsi aşağıdakı kimi olar:

$$16x_1 + 10x_2 + 14x_3 + 18x_4 + 16x_5 + 17x_6 + 8x_7 + 4x_8 + 7x_9 + 3x_{10} \to max \quad (4.10)$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \le 18 \quad (4.11)$$

$$x_j = 0 \vee 1,\ j = \overline{1,n} \quad (4.12)$$

Alınmış (4.10)-(4.12) məsələsinin əmsalları üçün

$$\frac{c_j}{a_j} = (3{,}2;\ 3{,}33;\ 2{,}8;\ 2;\ 2;\ 2{,}42;\ 2;\ 1{,}33;\ 1{,}75;\ 1{,}5\ )$$

olar. (4.10)-(4.12) məsələsinin suboptimal həlli $X^1 = (1,1,1,0,0,0,1,0,0,0)$ və uyğun $f^1 = 48$ olar. Burada $f^1 = 48 < 50$ olduğundan $\alpha_j = \delta_j'$, $\delta_j' = \frac{\alpha_j+\beta_j}{2}$, $(j = \overline{1,10})$ qəbul etməliyik. Bu zaman $\delta_j' = (3,\ 4,3,-1,\ 0,6,4{,}0{,}3{,}2)$ olar. Onda bu kəmiyyətləri (3.2)-də δ_j-lərin yerinə yazsaq (4.1)-(4.5) məsələsi belə olar:

$$18x_1 + 12x_2 + 15x_3 + 19x_4 + 17x_5 + 20x_6 + 10x_7 + 4x_8 + 8x_9 + 4x_{10} \to max \quad (4.13)$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \le 18 \quad (4.14)$$

$$x_j = 0 \vee 1,\ j = \overline{1,n} \quad (4.15)$$

Bu məsələnin əmsalları üçün

$$\frac{c_j}{a_j} = (3{,}6;\ 4;\ 3;\ 2{,}11;\ 2{,}125;\ 2{,}86;\ 2{,}5;\ 1{,}33;\ 2;\ 2\ )$$

olar. (4.13)-(4.15) məsələsinin suboptimal həlli $X^2 = (1,1,1,0,0,0,1,0,0,0)$ və uyğun $f^2 = 55$ alarıq. Burada $f^2 = 55 > 50$ olduğundan $\beta_j = \delta_j'$, $\delta_j' = \frac{\alpha_j+\beta_j}{2}$, $(j = \overline{1,10})$ qəbul edək. Onda $\delta_1 \in [1,3]$, $\delta_2 \in [2,4]$, $\delta_3 \in [2,3]$, $\delta_4 \in [-2,-1]$, $\delta_5 \in [-1,0]$, $\delta_6 \in [3,6], \delta_7 \in [2,4]$, $\delta_8 \in [0,0]$, $\delta_9 \in [2,3]$, $\delta_{10} \in [1,2]$ olar. Yəni $\delta_j' = (2,\ 3,2,-1,\ 0,4,3{,}0{,}2{,}1)$ alınar. Onda bu δ_j', kəmiyyətlərini (4.2)-də δ_j lərin yerinə yazsaq (4.1)-(4.5) məsələsi aşağıdakı kimi olar:

$$17x_1 + 11x_2 + 14x_3 + 19x_4 + 17x_5 + 18x_6 + 9x_7 + 4x_8 + 7x_9 + 3x_{10} \to max \quad (4.16)$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \le 18 \quad (4.17)$$

$$x_j = 0 \vee 1,\ j = \overline{1,n} \quad (4.18)$$

Bu məsələnin əmsalları üçün

$$\frac{c_j}{a_j} = (2{,}4;\ 3{,}666;\ 2{,}8;\ 2{,}11;\ 2{,}125;\ 2{,}57;\ 2{,}25;\ 1{,}33;\ 1{,}75;\ 1{,}5\ )$$

olar. (4.13)-(4.15) məsələsinin suboptimal həlli $X^3 = (0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)$ və uyğun $f^3 = 47$ olar. Burada $f^3 = 47 < 50$ olduğundan $\alpha_j = \delta'_j$, $\delta'_j = \frac{\alpha_j+\beta_j}{2}$, $(j = \overline{1,10})$ qəbul edək. Yəni $\delta'_j = (2,\ 3, 2, -1,\ 0, 5, 3,0,2,1)$ olar və bu δ'_j, $(j = \overline{1,10})$ kəmiyyətlərini (4.2)-də δ_j-lərin yerinə yazsaq (4.1)-(4.5) məsələsi aşağıdakı məsələyə çevrilər:

$$17x_1 + 11x_2 + 14x_3 + 19x_4 + 17x_5 + 19x_6 + 9x_7 + 4x_8 + 7x_9 + 3x_{10} \to max \tag{4.19}$$

$$5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 9x_4 + 8x_5 + 7x_6 + 4x_7 + 3x_8 + 4x_9 + 2x_{10} \le 18 \tag{4.20}$$

$$x_j = 0 \vee 1,\ j = \overline{1, n} \tag{4.21}$$

Alınmış (4.19)-(4.21) məsələsinin əmsalları üçün

$$\frac{c_j}{a_j} = (3{,}6;\ 4;\ 3;\ 2{,}11;\ 2{,}125;\ 2{,}86;\ 2{,}5;\ 1{,}33;\ 2;\ 2\,)$$

olar. (4.13)-(4.15) məsələsinin suboptimal həlli $X^4 = (0, 1, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 0)$ və uyğun $f^4 = 48$ olar. Burada $f^3 = 48 < 50$ olduğundan $\alpha_j = \delta'_j$, $\delta'_j = \frac{\alpha_j+\beta_j}{2}$, $(j = \overline{1,10})$ qəbul edək. Onda $\delta_1 \in [2, 3]$, $\delta_2 \in [3, 4]$, $\delta_3 \in [2, 3]$, $\delta_4 \in [-1, -1]$, $\delta_5 \in [-1, -1]$, $\delta_6 \in [5, 6]$, $\delta_7 \in [3, 4]$, $\delta_8 \in [0, 0]$, $\delta_9 \in [2, 3]$, $\delta_{10} \in [1, 2]$.

Beləliklə $|\beta_j - \alpha_j| \le 1$, $(j = \overline{1,10})$ olduğundan hesablama prosesi dayandırılır. Son nəticədə artım $\delta'_j = (3,\ 4, 3, -1,\ 0, 6, 4,0,3,2)$ və uyğun həll isə $X^s = (1, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0)$olar. Deməli ilkin $c_j = (15, 8, 12, 20, 17, 14, 6, 4, 5, 2)$ kəmiyyətləri yeni i $c_j = (18, 12, 15, 19, 17, 20, 10, 4, 8, 4)$ kəmiyyətlərinə çevrilməlidir.

5. Nəticə: Həll edilmiş ədədi misal bir daha göstərir ki, məqsəd funksiyasının əmsallarının minimal artırıb-azaldılması hesabına ilk verilən məsələnin maksimal qiymətini lazım olan qədər artırmağa zəmanət verən həll tapmaq olar. Belə həllin tapılması alqoritmi isə bu işdə verilmişdir.

Ədəbıyyat

1. Корбут А.А.,Финкельштейн Ю.Ю. Дискретное программирование. М.: Наука, 1969, 368с.
2. Ковалев М.М. Дискретная оптимизация (целочисленное программирование). М. УРСС, 2003, 246 ст.
3. Емеличев В.А., Комлик В.Н. Метод построения последовательности планов для решения задач дискретной оптимизации. М.: Наука, 1981, 208 с.
4. Martello S., Toth P. Knapsack problems, Algorithm and Computers implementations. John Wiley & Sons, Chichster, 1990, 296 p.
5. Pisinger D. A minimal algorithm for the 0-1 knapsack problem. // J. Operations Research, 1997, V.45, № 5, pp. 758 - 767.
6. Велиев Г.П., Мамедов К.Ш. Метод решения задачи о ранце. // ЖВМ и МФ, 1981, №3, с. 605 - 611.
7. Məmmədov K.Ş., Məmmədov N.N. Bul proqramlaşdırılması məsələsində zəmanətli həll anlayışı və onun tapılması. AMEA-nın "Məruzələri", 2012, №6, səh 19-26.
8. Мамедов К.Ш., Мамедов Н.Н., Алгоритмы построения гарантированного решения и гарантированного приближенного решения многомерной задачи о ранце. Международный научно-технический журнал «Проблемы Управления и Информатики» 2014, № 5, с.30-37.
9. K. Sh. Mamedov, N. N. Mamedov "Guaranteed Solution and its Finding in the Integer Programming Problems" International Journal of Applied Science and Technology Vol. 5, No. 4, August 2015, p. 46-54.
10. Сигал И.Х., Иванова А.П. Введение в прикладное дискретное программирование модели вычислительине алгоритм. М. Физмат лит. , 2007, 304 ст.

K.Sh. Mammadov, N.N. Mammadov

The concept of guaranteed solution and guaranteed suboptimal solution relative to the objective function in the knapsack problem and its construction

The concept of guaranteed solution and guaranteed suboptimal solution relative to the objective function in the knapsack problem is introduced. An algorithm for constructing a guaranteed suboptimal solution due to the minimal changes coefficient of the objective function in the set of integer intervals is developed. One example is solved with the use of this algorithm.

Keywords: Knapsack problem, suboptimal solution, guaranteed solution, guaranteed suboptimal solution

УДК 519.852.6

К.Ш. Мамедов, Н. Н. Мамедов

Понятие гарантированного решения и гарантированного субоптимального решения относительно целевой функции в задаче о ранце и его построение

Введены понятия гарантированного решения и гарантированного субоптимального решения относительно целевой функции в задаче о ранце. Разработан алгоритм построения гарантированного субоптимального решения за счет минимального изменения коэффициентов целевой функции в заданных целочисленных интервалах. С применением этого алгоритма был решен один численный пример.

Ключевые слова: задача о ранце, субоптимальное решение, гарантированное решение, гарантированное субоптимальное решение

AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutu

Təqdim olunub 18.03.2016