Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXVI, No.6, 2016
www.icp.az/2016/6-04.pdf

UOT 519.852.6

A.H. MƏMMƏDOVA

VERİLƏNLƏRİ İNTERVALLAR OLAN TAMƏDƏDLİ ÇANTA MƏSƏLƏSİNDƏ SUBOPTİMİST VƏ SUBPESSİMİST HƏLLƏRİN QURULMASI

İlkin verilənləri tamədədli intervallar olan tamədədli çanta məsələsi üçün optimist, pessimist, suboptimist və subpessimist həll anlayışları verilmişdir. Suboptimist və subpessimist həllərin tapılması üçün alqoritmlər işlənmişdir. Tapılmış həllərin optimist və pessimist həllərdən uyğun olaraq xətaları qiymətləndirilmişdir. Təklif olunmuş alqoritmlərin proqramları qurulmuş və müxtəlif böyük ölçülü məsələlər üzərində geniş hesablama eksperimentləri aparılmışdır. Bu eksperimentlər, işdə təklif olunmuş alqoritmlərin yüksək keyfiyyətli olduqlarını bir daha təsdiq edir.

Açar sözlər: Verilənləri intervallar olan tamədədli çanta məsələsi, optimist, pessimist, suboptimist və subpessimist həllər,suboptimist və subpessimist qiymətlər,mütləq və nisbi xəta

1. Giriş. Aşağıdakı məlum tamədədli çanta məsələsinə baxaq:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \rightarrow max, \tag{1.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_j x_j \leq b\ , \tag{1.2}$$

$$0 \leq\ x_j \leq d_j, \qquad (j = \overline{1,n}\,)\ , \tag{1.3}$$

$$x_j \ və\ \ d_j\ \ (j = \overline{1,n}\,) \qquad\qquad \text{tam ədədlərdir.} \tag{1.4}$$

Burada c_j, a_j, d_j, $(j = \overline{1,n}\,)$ və b verilmiş müsbət tam ədədlərdir.Ümumiliyi pozmadan qəbul edə bilərik ki, $\frac{c_1}{a_1} \geq \frac{c_2}{a_2} \geq \cdots \geq \frac{c_k}{a_k} \geq \cdots \geq \frac{c_n}{a_n}$ şərtləri ödənilir.

(1.1)-(1.4) məsələsi ədəbiyyatdan məlumdur və tam ədədli çanta məsələsi adlanır [1, s.216-230; 2, s.112-118]. Bu məsələyə bir iqtisadi interpretasiya verək.

Tutaq ki, bir şirkət (müəssisə və s.) sayla ifadə olunan n növ məhsul istehsal etməlidir. Hər bir $j - ci$ $(j = \overline{1,n}\,)$ növ məhsulun bir vahidinin istehsalına a_j $(j = \overline{1,n}\,)$ qədər resurs (vəsait, xammal və s.) sərf olunur. Bu zaman həmin j-ci məhsulun bir vahidinin satışından əldə olunan gəlir (mənfəət, qazanc, effekt və s.) c_j $(j = \overline{1,n}\,)$ miqdardadır. Fərz edək ki, müəssisənin ümumi resursu b miqdardadır. Bu verilənlər daxilində məsələ belə qoyulur. Hansı növ məhsuldan hansı miqdarda istehsal etməli ki, bunların istehsalına sərf olunan resursların (vəsaitin) ümumi miqdarı ayrılmış b miqdarda vəsaitdən çox olmasın və bu zaman əldə olunan gəlir (mənfəət, qazanc və s.) maksimal olsun. Bu məsələnin riyazi modelini yazmaq üçün x_j $(j = \overline{1,n}\,)$ ilə istehsal olunası j-ci məhsulun sayla ifadə olunan miqdarını işarə edək. Onda bu məsələnin riyazi modeli (1.1)-(1.4) şəklində olar.

Bu məsələnin optimal həllərinin tapılması üçün "budaqlanmalar və sərhədlər", dinamik proqramlaşdırma və müxtəlif kombinator tipli üsullar olsa da, bunlar vasitəsilə məchullarının sayı nisbətən az olan məsələlər həll oluna bilir. Çünki bu məsələ NP-tam sinfindəndir.

Qeyd edək ki, praktikada qarşıya çıxan məsələlərdə c_j ($j = \overline{1,n}$) qiymətləri, a_j ($j = \overline{1,n}$) xərcləri və b resursu konkret sabit ədədlərlə ifadə olunmaya da bilərlər. Bu kəmiyyətlər ya qeyd olunmuş intervallar içərisində olmalıdır və ya qeyri-səlis ədədlər kimi də verilməlidir. Əmsalların qeyri-səlis ədədlər olması halına [3] işində baxılmışdır. Bu zaman ciddi hesablama çətinlikləri meydana çıxır. Çünki hər bir ədəd öz mənsubiyyət funksiyası ilə verilməlidir. Bu isə öz növbəsində NP-tam məsələlər üçün yeni-çətinliklər yaradır. Əmsalları müəyyən sinifdən olan məsələlər isə [4-6] işlərində baxılmışdır. Bu zaman məsələnin mahiyyətinə görə müxtəlif strategiyalar seçilmiş və bu strategiyalar əsasında həllər qurulmuşdur. Bu strategiyalar haqqında məlumat [7] işində verilmişdir.

2. Məsələnin qoyuluşu. Fərz edək ki, (1.1)-(1.4) məsələsində c_j, a_j ($j = \overline{1,n}$) və $b-$ əmsalları müəyyən qeyd olunmuş intervallarda yerləşən ədədlərdir. Başqa sözlə $a_j \in [\underline{a}_j, \overline{a}_j]$, $c_j \in [\underline{c}_j, \overline{c}_j]$ ($j = \overline{1,n}$), $b \in [\underline{b}, \overline{b}]$ olmaqla tam ədədlərdir. Qeyd edək ki, xüsusi halda bu intervalların ucları üst-üstə düşərsə onda (1.1)-(1.4) məsələsi alınar. Beləliklə, (1.1)-(1.4) məsələsi əvəzinə daha ümumi və real praktiki mahiyyətə malik aşağıdakı məsələni alarıq:

$$\sum_{j=1}^{n} [\underline{c}_j, \overline{c}_j] x_j \to max \tag{2.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} [\underline{a}_j, \overline{a}_j] x_j \le [\underline{b}, \overline{b}] \tag{2.2}$$

$$0 \le x_j \le d_j, \qquad (j = \overline{1,n}), \tag{2.3}$$

$$x_j \text{ və } d_j \ (j = \overline{1,n}) \qquad \text{tam ədədlərdir.} \tag{2.4}$$

Biz bu işdə əmsalları intervallar olan (2.1)-(2.4) tamədədli çanta məsələsi üçün [8] işinə analoji olaraq optimist,pessimist, suboptimist və subpessimist həll anlayışları vermişik və həmin həllərinin qurulması üçün alqoritmlər işləmişik.Bu alqoritnlər növbəti bənddə verilən iqtisadi bir interpretasiyaya əsaslanır.

3. Üsulun nəzəri əsaslandırılması. Əvvəlcə (2.1)-(2.4) məsələsi üçün [8] işinə uyğun olaraq aşağıdakı anlayışları verək.

Tərif 1: $\forall\, a_j \in [\underline{a}_j, \overline{a}_j]$, $\forall\, b_i \in [\underline{b}, \overline{b}]$, ($j = \overline{1,n}$) tam ədədləri üçün (2.3) və (2.4) şərtlərini və

$$\sum_{j=1}^{n} a_j x_j \le b\ , \qquad (i = \overline{1,m})$$

bərabərsizliyini ödəyən hər bir n ölçülü $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ vektoruna (2.1)-(2.4) məsələsinin mümkün həlli deyəcəyik.

Bu tərifdən sonra aydın olur ki, məlum tam ədədli çanta məsələsindən fərqli olaraq (2.1)-(2.4) məsələsində optimal həll, suboptimal(təqribi) həll, optimal qiymət və suboptimal qiymət anlayışları yeni məna daşımalıdır. Çünki (2.2) bərabərsizliyinə əsasən müəyyən intervallar cəminin verilmiş intervaldan böyük olmaması şərti daxilində başqa intervallar cəminin maksimal olması kimi yeni anlayışlar verilməlidir. Çünki intervallara adi çoxluqlar kimi baxılsa, onda (2.1)-(2.4) modelinə uyğun iqtisadi məsələlər mahiyyətini itirə bilər. Ona görə də biz aşağıdakı anlayışları verək.

Tərif 2. (2.1)-(2.4) məsələsində (2.1) məqsəd funksiyası üçün

$$f^o = \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j^o$$

ədədinə maksimal qiymət verən $X^o = (x_1^o, x_2^o, \ldots, x_n^o)$ mümkün həllinə məsələnin optimist həlli, f^o- ədədinə isə optimist qiymət deyəcəyik.

Tərif 3. (2.1)-(2.4) məsələsində (2.1) məqsəd funksiyası üçün

$$f^p = \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j^p$$

ədədinə maksimal qiymət verən $X^p = (x_1^p, x_2^p, \ldots, x_n^p)$ mümkün həllinə məsələnin pessimist həlli, f^p- ədədinə isə pessimist qiymət deyəcəyik.

Qeyd etmək lazımdır ki,(1.1)-(1.4) məsəsləsi NP-tam sinifdən olduğundan onun ümumiləşmiş forması olan (2.1)-(2.4) məsələsi də NP-tam sinifdəndir. Yəni, bu məsələnin də optimist və pessimist həllərinin tapılması üçün polinamial zaman mürəkkəblikli alqoritmlər mümkün deyil. Ona görə də həmin məsələnin optimist və pessimist qiymətlərindən ciddi fərqlənməyən suboptimist və subpessimist həllər anlayışını verib, bunların tapılması üçün asan yerinə yetirilə bilən alqoritmlər işləməliyik. Bu məqsədlə suboptimist və subpessimist həll anlayışlarını da verək.

Tərif 4. (2.1)-(2.4) məsələsində (2.1) məqsəd funksiyasına əsasən $\sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j$ funksiyasına böyük qiymət verən $X^{so} = (x_1^{so}, x_2^{so}, \ldots, x_n^{so})$ mümkün həllinə məsələnin suboptimist həlli, $f^{so} = \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j^{so}$- ədədinə isə suboptimist qiyməti deyəcəyik.

Tərif 5. (2.1)-(2.4) məsələsində (2.1) məqsəd funksiyasına əsasən $\sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j$ funksiyasına böyük qiymət verən $X^{sp} = (x_1^{sp}, x_2^{sp}, \ldots, x_n^{sp})$ mümkün həllinə məsələnin subpessimist həlli, $f^{sp} = \sum_{j=1}^{n} \underline{c}_j x_j^{sp}$- ədədinə isə subpessimist qiyməti deyəcəyik.

Suboptimist və subpessimist həllərin qurulması üçün müəyyən kriteriyalar çıxarmaq lazımdır. Bu məqsədlə (2.1)-(2.4) məsələsinə müəyyən bir iqtisadi interpretasiya verməklə suboptimist və subpessimist həllərin qurulması kriteriyalarını çıxaraq.

Tutaq ki, müəyyən j $(j = \overline{1,n})$ nömrəli məhsuldan istehsal olunmalıdır. Onda $[\underline{a}_j, \overline{a}_j]$ $(j = \overline{1,n})$ intervalındakı müəyyən ədəd qədər resurs (vəsait, xammal və s.) sərf olunmalıdır. Bu zaman həmin məhsulun bir vahidinin satışından əldə olunan gəlir (qazanc, mənfəət və s.) $[\underline{c}_j, \overline{c}_j]$ intervalındakı müəyyən ədəd qədər olmalıdır. Onda aydındır ki, sərf olunmuş resursun (vəsaitin, xammalın və s.) hər vahidinə düşən gəlir (qazanc, mənfəət və s.)

$$\frac{[\underline{c}_j, \overline{c}_j]}{[\underline{a}_j, \overline{a}_j]}, \qquad (j = \overline{1,n})$$

qədər təşkil edər.Təbii olaraq, elə j_* nömrəli məhsul istehsal olunmalıdır ki,

$$\frac{[\underline{c}_{j_*}, \overline{c}_{j_*}]}{[\underline{a}_{j_*}, \overline{a}_{j_*}]}$$

nisbəti maksimal olsun. Nəticədə istehsal olunası vacib məhsulun j_* nömrəsini tapmaq üçün aşağıdakı kriteriyanı alarıq:

$$j_* = arg \max_{j \in A} \frac{[\underline{c}_j, \overline{c}_j]}{[\underline{a}_j, \overline{a}_j]} = \frac{\overline{c}_{j_*}}{\underline{a}_{j_*}} \quad . \tag{3.1}$$

Bu kriteriyaya görə vahid minimal xərclərə düşən maksimal gəlirlərin maksimal qiymətinə uyğun məchullara qiymət vermək lazımdır. Burada $A \coloneqq \{1,2, \ldots, n\}$ qəbul etmişik. Qeyd edək ki, (3.1) kriteriyası ilə qurulmuş həll suboptimist həll olmalıdır. Çünki mümkün az xərc çəkməklə gəlirlərin maksimalı götürülür.(3.1) kriteriyasına analoji olaraq subpessimist həllin qurulması üçün aşağıdakı kriteriyadan istifadə edə bilərik:

$$j_* = arg \max_{j\in A} \frac{\underline{c}_j}{\overline{\overline{a}}_j} \ . \tag{3.2}$$

Bu kriteriyada hər bir vahid maksimal xərcə düşən minimal gəlirlərin maksimal qiyməti başa düşülür. Göründüyü kimi (3.2) kriteriyası ilə qurulmuş həll subpessimist həll olar. Çünki j_* nömrəli məhsulu istehsal etmək üçün maksimal xərcin hər vahidinə düşən minimal gəlirlərin içərisindən ən böyüyü seçilib. Əvvəlcə suboptimist həllin qurulma prosesini yazaq.

Bu zaman aydındır ki, $b := \overline{b}$ qeyd etməliyik.Həll qurma prosesinin başlanğıcında $X^{so} = (0,0,\dots,0)$ qəbul etməliyik. Tutaq ki, (3.1) kriteriyası ilə müəyyən j_* nömrəsi tapılmışdır. Onda x_{j_*} məchulunun qiyməti aşağıdakı kimi təyin olunmalıdır.

$$x_{j_*} = \begin{cases} d_{j_*}, \textit{əgər } d_{j_*} \le [b/\underline{a}_{j_*}] \\ [b/\underline{a}_{j_*}], \textit{əgər } d_j > [b/\underline{a}_{j_*}] \end{cases}$$

Burada $[z]$ işarəsi z ədədinin tam hissəsini göstərir.

Bundan sonra, $b := b - \underline{a}_{j_*} x_{j_*}$, $A := A\backslash\{j_*\}$ qəbul edib (3.1) kriteriyası ilə növbəti j_* nömrəsi tapılır. Bu cür suboptimist həll qurma prosesi $A = \emptyset$ olana qədər davam etdirilir.

Qeyd edək ki, suboptimist həll qurma prosesini asanlaşdırmaq üçün, yəni hər dəfə (3.1) kriteriyasına müraciət etməmək üçün ümumiliyi pozmadan fərz edək ki, aşağıdakı münasibət ödənilir.

$$\frac{\overline{c}_1}{\underline{a}_1} \ge \frac{\overline{c}_2}{\underline{a}_2} \ge \dots \ge \frac{\overline{c}_k}{\underline{a}_k} \ge \dots \ge \frac{\overline{c}_n}{\underline{a}_n}$$

Onda $X^{so} = (x_1^{so}, x_2^{so}, \dots, x_n^{so})$ suboptimist həlli aşağıdakı analitik düsturla tapıla bilər: hər bir $j = 1,2,\dots n$ üçün

$$x_j^{so} = \begin{cases} d_j, \textit{əgər } d_j \le \left[\left(b - \sum_{i=1}^{j-1} \underline{a}_i x_i^{so}\right) \Big/ \underline{a}_j\right], \\ \left[\left(b - \sum_{i=1}^{j-1} \underline{a}_i x_i^{so}\right) \Big/ \underline{a}_j\right], \textit{əgər } d_j > \left[\left(b - \sum_{i=1}^{j-1} \underline{a}_i x_i^{so}\right) \Big/ \underline{a}_j\right]. \end{cases}$$

Burada $[z]$ işarəsi z ədədinin tam hissəsini göstərir.

Beləliklə, biz (2.1)-(2.4) məsələsinin $X^{so} = (x_1^{so}, x_2^{so}, \dots, x_n^{so}$ suboptimist həllini qurmuş oluruq. Bu həllə görə (2.1) funksiyasının suboptimist qiyməti isə

$$f^{so} := \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j x_j^{so}$$

olar. Tapdığımız $f^{so} -$ suboptimist qiymətin $f^o -$ optimist qiymətdən xətasını tapmaq üçün (2.1)-(2.4) məsələsində məchulların (2.4) tamlıq şərtini nəzərə almadan (2.1)-(2.3) kəsilməz məsələsinin $\overline{X} = (\overline{x}_1, \overline{x}_2, \dots, \overline{x}_n)$ optimal həllini aşağıdakı məlum qayda ilə qura bilərik. Hər bir $j = 1,2,\dots n$ üçün

$$\overline{x}_j = \begin{cases} d_j, \text{əgər } d \le \left(b - \sum_{i=1}^{j-1} \underline{a}_i \overline{x}_i \right) \Big/ \underline{a}_j, \\ \left(b - \sum_{i=1}^{j-1} \underline{a}_i \overline{x}_i \right) \Big/ \underline{a}_j, \text{əgər } d_j > \left(b - \sum_{i=1}^{j-1} \underline{a}_i \overline{x}_i \right) \Big/ a_j, \quad (k := j), \\ 0, \qquad j = k+1, k+2, \dots, n \; . \end{cases}$$

Qeyd edək ki, (2.1)-(2.3) kəsilməz məsələnin $\overline{X} = (\overline{x}_1, \overline{x}_2, \dots, \overline{x}_n)$ − optimal həllində kəsr qiymət alan x_k − məchulunun k − nömrəsi aşağıdakı münasibətdən tapılır

$$\sum_{j=1}^{k-1} \underline{a}_j \overline{x}_j \le b < \sum_{j=1}^{k} \underline{a}_j \overline{x}_j \; .$$

Nəticədə (2.1)-(2.3) kəsilməz məsələsində (2.1) funksiyasının maksimal qiyməti

$$\overline{f} := \sum_{j=1}^{n} \overline{c}_j \overline{x}_j$$

olar.

Aydındır ki, $f^{so} \le f^{o} \le \overline{f}$. Burada f^{o} −(2.1)-(2.4) məsələsinin optimist qiymətidir. Bu zaman suboptimist qiymətin optimist qiymətdən nisbi xətası

$$\delta \le \frac{\overline{f} - f^{so}}{\overline{f}} = 1 - \frac{f^{so}}{\overline{f}}$$

olar.

Qeyd edək ki, subpessimist həllin qurulması və alınan nisbi xətanın qiymətləndirilməsi də yuxarıda yazdığımız həll prosesinə analoji qaydada yerinə yetirilir. Bu zaman yuxarıdakı prosesdə yalnız $\overline{c}_j (j = \overline{1,n}\,)$ əvəzinə $\underline{c}_j \; (j = \overline{1,n}\,)$, $\underline{a}_j$ − əvəzinə $\overline{a}_j$ və $b = \overline{b}$ qəbul etməliyik.

4. Hesablama eksperimentlərinin nəticələri.

Təklif etdiyimiz üsulun keyfiyyətini aydınlaşdırmaq məqsədilə onun proqramı qurulumuş və müxtəlif böyük ölçülü məsələlər üzərində geniş hesablama eksperimentləri aparılmışdır. Həmin məsələlərin əmsalları təsadüfi tam ədədlər kimi aşağıdakı intervallardan seçilmişdir.

$0 < \underline{a}_j \le 99, \; 0 < \overline{a}_j \le 99, \; 0 < \underline{c}_j \le 99, \; 0 < \overline{c}_j \le 99, \;\; j = \overline{1,n}$ və ya

$0 < \underline{a}_j \le 999, \; 0 < \overline{a}_j \le 999, \; 0 < \underline{c}_j \le 999, \; 0 < \overline{c}_j \le 999, \;\; j = \overline{1,n}.$

Bu zaman əgər $\overline{a}_j < \underline{a}_j$ və ya $\overline{c}_j < \underline{c}_j$ olarsa $\overline{a}_j := \underline{a}_j + 10$ və $\overline{c}_j := \underline{c}_j + 10$ qəbul edirik. $\underline{b}$ və $\overline{b}$ ədədləri isə aşağıdakı kimi hesablanırlar:

$$\underline{b} := \left[\frac{1}{3} \sum_{j=1}^{n} \underline{a}_j d_j \right] \;, \quad \overline{b} := \left[\frac{1}{3} \sum_{j=1}^{n} \overline{a}_j d_j \right] \; .$$

Bütün eksperimentlərdə $d_j = 10 \; (j = \overline{1,n})$ qəbul etmişik. Nəticələr və işarələmələr aşağıdakı cədvəllərdə verilmişdir. Belə ki, n − dəyişənlərin sayıdır.

N − hər bir qeyd olunmuş n dəyişənli məsələnin nömrəsidir və hər bir n dəyişənli məsələdən üç müxtəlif məsələ həll olunmuşdur. $\underline{b}$ və $\overline{b}$ − ədədləri (2.2) bərabərsizliyinin sağ tərəfindəki intervalın uclarıdır.

b^o və $b^p -$ suboptimist və subpessimist həllərə görə (2.2) bərabərsizliyinin sağ tərəfinin uyğun qiymətidir, yəni

$$b^o = \sum_{j=1}^{n} \underline{a}_j x_j^{so}, \quad b^p = \sum_{j=1}^{n} \overline{a}_j x_j^{sp} \quad .$$

$$\Delta b^o = \overline{b} - b^o, \ \ \Delta b^p = \overline{b} - b^p.$$

$f^{ko}, f^{so}, f^{kp}, f^{sp}, \delta^o$ və δ^p kəmiyyətləri məqalənin mətnində işarə olunmuşdur.

Cədvəl 1

Əmsalları ikirəqəmli ədədlər olan məsələlər

n	100			300		
N	1	2	3	1	2	3
$\underline{b}$	18439.00	16899.00	15846.00	48336.00	50909.00	51333.00
$\overline{b}$	25699.00	24096.00	22943.00	71179.00	72149.00	73733.00
b^o	25696.00	24096.00	22921.00	71164.00	72142.00	73708.00
Δb^o	3.00	0.00	22.00	15.00	7.00	25.00
f^{ko}	51748.17	55024.00	55199.00	166629.89	156579.00	153962.00
f^{so}	51747.00	55024.00	55199.00	166628.00	156579.00	153962.00
$\delta^o(\%)$	0.000023	0.000000	0.000000	0.000011	0.000000	0.0000000
b^p	25679.00	24094.00	22942.00	71178.00	72142.00	73731.00
Δb^p	20.00	2.00	1.00	1.00	7.00	2.00
f^{kp}	30207.00	31895.45	33543.96	92381.00	91536.46	88930.00
f^{sp}	30207.00	31895.00	33543.00	92378.00	91534.00	88916.00
$\delta^p(\%)$	0.000000	0.000014	0.000029	0.000034	0.000027	0.000160

Cədvəl 2

Əmsalları üçrəqəmli ədədlər olan məsələlər

n	500			1000		
N	1	2	3	1	2	3
$\underline{b}$	88223.00	82676.00	86433.00	20554.00	19476.00	20023.00
$\overline{b}$	124006.00	118976.00	121699.0	236246.0	234970.0	234856.0
b^o	124006.00	118974.00	121688.0	236240.0	234955.0	234851.0
Δb^o	0.00	2.00	11.00	6.00	15.00	5.00
f^{ko}	256029.88	266487.00	262824.88	526710.0	516167.0	521293.55
f^{so}	256029.00	266487.73	262821.00	526710.0	516167.0	521292.00
$\delta^o(\%)$	0.000003	266487.00	0.000015	0.000000	0.000000	0.000000
b^p	124002.00	118970.00	121694.0	236243.0	234968.0	234852.0
Δb^p	4.00	6.00	5.00	3.00	2.00	4.00
f^{kp}	148920.00	152743.77	157872.56	307121.14	297928.0	298840.32
f^{sp}	148919.00	152741.00	157869.00	307121.00	297928.0	298840.00
$\delta^p(\%)$	0.000009	0.000018	0.000023	0.000000	0.000000	0.000001

Cədvəl 3
Əmsalları üçrəqəmli ədədlər olan məsələlər

n	1500			2000		
N	1	2	3	1	2	3
$\underline{b}$	30674.00	31836.00	29736.00	43764.00	40871.00	39749.00
$\overline{b}$	357626.0	357893.0	357923.0	476556.0	477426.0	472560.0
b^o	357626.0	357889.0	357920.0	476550.0	477421.0	472558.0
Δb^o	0.00	4.00	3.00	6.00	5.00	2.00
f^{ko}	776248.0	788530.02	783031.04	1045128.0	1037137.15	1055369.67
f^{so}	776244.0	788530.00	783031.00	1045128.0	1037133.00	1055368.00
$\delta^o(\%)$	0.000006	0.000000	0.000000	0.000000	0.000004	0.000002
b^p	357620.0	357886.0	357919.0	476545.0	477426.0	472560.0
Δb^p	6.00	7.00	4.00	11.0	0.00	0.00
f^{kp}	442374.0	448527.0	437020.09	594293.0	589626.00	600302.70
f^{sp}	442374.0	448527.0	437020.00	594293.0	589626.00	600302.00
$\delta^p(\%)$	0.000000	0.000001	0.000000	0.000000	0.000000	0.000001

5. Nəticə. Yuxarıdakı cədvəllərdən görünür ki, bu işdə təklif olunmuş üsulun verdiyi suboptimist və subpessimist həllər optimist və pessimist həllərdən ciddi fərqlənmirlər. Digər tərəfdən (1.1) funksiyasının suboptimist və subpessimist qiymətlərinin optimaist və pessimist qiymətdən nisbi xətası da kifayət qədər kiçikdir. Bundan əlavə tapılmış suboptimist və subpessimist həllərə görə sərf olunası resursların real miqdarı (yəni, (2.2) bərabərsizliyinin sağ tərəfinin uyğun qiyməti) əvvəlcədən ayrılmış miqdardan kiçik alınır. Bu fakt isə real praktiki məsələlərin həllində mühüm əhəmiyyət kəsb edir.

Ədəbiyyat

1. Kelleler H., Pferchy U., Pisinger D. Knapsack problems.Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New-York, 2004, 546 p.
2. Сигал И.Х., Иванова А.П. Введение в прикладное дискретное программирование модели (вычислительные алгоритмы) М.Физмат лит. 2007, 304 ст.
3. Мамедов К.Ш., Гусейнов С.Я. Один метод решения нечеткой задачи о ранце. Материалы Респ. Конф. “Современные проблемы информатизации Кибернетики и Информационные проблемы. ” Баку, 2003, том-3,ст. 10-13.(на азерб. языке)
4. Libura M. Integer programming problems with inexact objective function // Contr. And Cybern. -1980. –Vol.9, №4.- P. 189-202.
5. Devyaterikova M.V., Kolokolov A.A., Kolosov A.P. L- class enumeration algorithms for one discrete production planning problem with interval input data // Computers and Operations Research, Volume 36, İssue 2, February 2009.- C. 316-324.
6. Emelichev V.A., Podkopaev D.P. Quantitative stability analysis for vector problems of 0-1 programming. “Discrete Optimitation”, 2010, №7, pp.48-63.
7. Məmmədov K.Ş., Məmmədova A.H. Verilənləri intervallar olan Bul proqramlaşdırması məsələsinin suboptimist və subpessimist həllərinin qurulması üsulları. AMEA-nin “ Xəbərlər” jurnalı, N-3, Bakı , 2014. Səh.164-173.
8. Мамедов К.Ш., Мамедова А.Г. Методы построения субоптимистического и субпессимистического решений задачи булевого программирования с целочисленными интервальными данными. Вестник Современной Науки, 2015, №2.-Ст 6-19.

A.H. Mammadova

Construction of subpessimistic and suboptimistic solution in Knapsack problem with whole coefficients are situated in the range

İn this work it is offered notions of optimist solution, pessimistic solution, subpessimistic and suboptimistic solution for Knapsack problem which coefficients are situated in integer range. İn addition are estimated errors of finding solution of optimist and pessimist solutions. Constituted programs of suggested algorithms and carried out large computational experiments.

Keywords: Knapsack problem which coefficients are situated in integer range, optimist solution, pessimistic solution, subpessimistic solution, suboptimistic solution, absolute and relative error

УДК 519.854

А.Г. Мамедова

Построение субоптимистических и субпессимистических решений в целочисленной задаче о ранце с интервальными данными

В работе введены понятия оптимистические, пессимистические, субоптимистические, субпессимистические решения в целочисленной задаче о ранце с интервальными данными. Разработаны алгоритмы нахождения субоптимистического и субпессимистического решений. Оценены погрешности найденных решений от оптимистического и пессимистического решений соответственно. Составлены программы разработанных алгоритмов и проведены многочисленные вычислительные эксперименты над различными случайными задачами большой размерности. Вычислительные эксперименты еще раз подтверждают высокие качества разработанных алгоритмов.

Ключевые слова: целочисленная задача о ранце с интервальными данными, оптимистические, пессимистические, субоптимистические и субпессимистические решения, субоптимистические и субпессимистические значения, абсолютная относительная погрешность

AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutu

Təqdim olunub 14.07.2016