

UOT 681.3

Z.N. ƏMİRASLANOVA, Ə.B. PAŞAYEV, E.N. SƏBZİYEV

DƏMİR-BETON KONSTRUKSİYALARININ ARMATURLARININ OPTİMAL KƏSİLMƏSİ MƏSƏLƏSİ

Məqalə dəmir-beton konstruksiyalarda armaturların optimal kəsilməsi məsələsinə həsr olunmuşdur. Bu məqsədlə istifadə olunan armaturların biçilməsi üçün sifarişin təmin olunması şərtləri modelləşdirilmişdir. Bu şərtlər əsasında optimal həll variantları araşdırılmış və kəsilmə prosesiylə əlaqədar uyğun minimallaşdırma məsələləri qoyulmuşdur. Məsələnin həll olunması üçün üsul seçilmiş və həll algoritmi verilmişdir.

Açar sözlər: biçmə məsələsi, dəmir-beton konstruksiyalar, armaturların optimal kəsilməsi, əməliyyatların tədqiqi, qalıqların minimallaşdırılması

1. Giriş. Məlum olduğu kimi [1], dəmir-beton konstruksiyaların hazırlanması zamanı tələb olunan armaturların uzunluqlarından və sayından asılı olaraq sifariş tərtib olunur. Sifariş anbarda olan müxtəlif uzunluğa malik armaturların kəsilməsi ilə yerinə yetirilir. Qeyd edək ki, armaturları kəsmək üçün müxtəlif kəsmə (biçmə) variantları tətbiq olunur. Kəsmə zamanı sifarişə daxil olan uzunluqlardan fərqli başqa uzunluqlu armatur hissələri də alına bilər. Bu kimi sifarişə aid olmayan hissələrin uzunluğu müəyyən həddən kiçik olduqda onlar tullantı hesab olunur, həmin həddən böyük olub gələcəkdə istifadə oluna biləcək uzunluğa malik isə qalıq kimi anbara qaytarılır.

İstehsalatın tələbindən asılı olaraq mühəndislərin qarşısında aşağıdakı kimi suallar durur:

- armaturları qalıqsız kəsmək olarmı?
- olmazsa, tullantıları minimallaşdırmaq mümkündürmü?
- yaxud kəsilməyə göndərilən armaturların sayını necə minimallaşdırmaq olar və s.

Bu tip sualları cavablandırmaq üçün müxtəlif optimallaşdırma məsələlərinə baxmaq olar. [1]-də ayrıca götürülmüş misalın nümunəsində armaturların kəsilməsi zamanı alınan tullantının minimallaşdırılması məsələsinə baxılmışdır. Belə məsələlər elmi ədəbiyyatda biçmə məsələsi adlandırılır [2, s.150; 3, s.92-93, 287-294].

Bu məqalə armaturlarının müxtəlif optimal kəsilmə məsələlərinin öyrənilməsinə həsr olunmuşdur. Optimallıq kriteriyası olaraq tullantıların minimallaşdırılması tələbatı ilə yanaşı digər meyarlar tətbiq olunmuş və aşağıdakı məsələlərə baxılmışdır:

- 1) Anbarda olan armaturları elə kəsmək lazımdır ki, sifariş təmin olunsun və kəsilmədən yaranan qalıqların ümumi uzunluğu minimal olsun;
- 2) Anbarda olan armaturları elə kəsmək lazımdır ki, sifariş təmin olunsun və bu zaman anbarda olan uzunluğu kiçik olan armaturlar ilkin olaraq istifadə olunsun;
- 3) Anbarda olan armaturları elə kəsmək lazımdır ki, sifariş təmin olunsun və kəsilmədən yaranan tullantıların ümumi uzunluğu minimal olsun.

2. Məsələnin riyazi qoyuluşu. Tutaq ki, anbarda verilmiş diametrli n sayda müxtəlif uzunluqlu armaturlar var. Müxtəlif uzunluqlu armaturları ($i = 1, \dots, n$) olmaqla nömrələyək. i -ci armaturun miqdarını (sayını) və uzunluğunu uyğun olaraq a_{i1} və a_{i2} ilə işarə edək. Ümumiliyi pozmadan həmişə hesab etmək olar ki, a_{i2} qiymətləri i -yə görə artan sıra ilə düzülmüşdür.

Həmçinin, fərz edək ki, həmin diametrə malik m müxtəlif uzunluqlu armaturlar sifariş olunur. Sifarişə aid olan müxtəlif uzunluqları ($r = 1, \dots, m$) olmaqla nömrələyək. r -ci uzunluq üzrə tələb olunan armaturların sayını və uzunluqlarını uyğun olaraq s_{r1} və s_{r2} ilə işarə edək.

Bundan başqa, məlumdur ki, hər bir i üçün a_{i1} uzunluqlu armaturun sifarişə daxil olan s_{i2} ($r = 1, \dots, m$) uzunluqlu armaturlar üzrə müxtəlif kəsmə (biçmə) variantları var. Belə ki, hər bir i üçün a_{i2} uzunluqlu armaturu l_i müxtəlif variantda kəsmək olur: i -ci nomenklatura armaturun bir

vahidinin k -cı ($k = 1, \dots, l_i$) variantla kəsildikdə yaranan s_{i2} uzunluqlu parçalarının miqdarını b_{irk} ilə işarə edəcəyik.

Verilən i -ci armaturun k -ci variantla kəsilməyə yönəldilən miqdarını x_{ik} ilə işarə edək. Onda r -ci sifarişin təmin olunması şərti aşağıdakı kimi yazılar:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^l b_{irk} x_{ik} = s_{r1}, \quad (2.1)$$

burada ($r = 1, \dots, m$). Məsələnin mahiyyətindən aydındır ki, $x_{ik} \geq 0$ tam ədədlər olmalıdır.

Müxtəlif variantlarda kəsmə zamanı sifarişə daxil olan uzunluqlardan fərqli başqa uzunluqlu armatur hissələri qala bilər. İstehsalatın tələbindən asılı olaraq uzunluğu müəyyən həddən kiçik olan armatur hissələri tullantı, bu həddən böyük olan hissələr isə qalıq hesab edilir.

i -ci armaturun k -ci variantla kəsilməsindən alınan qalıq armaturun uzunluğunu q_{ik} ilə işarə edək. Asanlıqla görmək olar ki, q_{ik} aşağıdakı kimi hesablanı bilər:

$$q_{ik} = a_{i2} - \sum_{i=1}^m b_{irk} s_{r2}, \quad i = 1, \dots, n; \quad k = 1, \dots, l_i. \quad (2.2)$$

q_{ik} qəbul olunmuş müəyyən q_0 həddindən kiçik olarsa onlar tullantı hesab olunur. i -ci armaturun k -ci variantla kəsilməsindən sonra alınan tullantının uzunluğunu t_{ik} ilə işarə edək. Aydındır ki, t_{ik} -nin hesablanma düsturu formal olaraq aşağıdakı şəkildə yazıla bilər:

$$t_{ik} = \begin{cases} q_{ik}; & q_{ik} \leq q_0 \text{ olarsa,} \\ 0; & q_{ik} > q_0 \text{ olarsa.} \end{cases} \quad (2.3)$$

Yuxarıda deyildiyi kimi, istehsal prosesinin rəşional təşkil olunması üçün müxtəlif tələblər irəli sürülür. Bu tələblərdən asılı olaraq biçməyə yönəldilən armaturların üzərinə qoyulan şərtləri formula edək.

- Anbarda olan armaturları elə kəsmək lazımdır ki, sifariş təmin olunsun və kəsilmədən yaranan qalıqların ümumi uzunluğu minimal olsun:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^l q_{ik} x_{ik} \rightarrow \min. \quad (2.4)$$

- Anbarda olan armaturları elə kəsmək lazımdır ki, sifariş təmin olunsun və bu zaman anbarda olan uzunluğu kiçik olan armaturlar ilkin olaraq istifadə olunsun.

$$\sum_{i=1}^n a_{i2}^\beta \sum_{k=1}^l x_{ik} \rightarrow \min. \quad (2.5)$$

- Anbarda olan armaturları elə kəsmək lazımdır ki, sifariş təmin olunsun və kəsilmədən yaranan tullantıların ümumi uzunluğu minimal olsun:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^l t_{ik} x_{ik} \rightarrow \min. \quad (2.6)$$

Burada $\beta \geq 1$ sabit ədəddir, a_{i2}^β çəki əmsalları istehsalata ilk növbədə kiçik uzunluqlu armaturların göndərilməsini şərtləndirir.

Qeyd edək ki, $\beta = 1$ halında (2.6) məsələsi (2.5) məsələsinə ekvivalentdir. Doğrudan da, (2.5) funksionalı ilə təyin olunan kəmiyyət istehsalata göndərilmiş bütün armaturlarla sifarişin fərqidir. Digər tərəfdən, istehsalata göndərilmiş armaturların miqdarı $\sum_{i=1}^n a_{i2} \sum_{k=1}^l x_{ik}$ cəminə bərabərdir. Sifarişin sabit kəmiyyət olduğunu nəzərə alsaq, bu funksionalların ekvivalentliyi alınır.

Beləliklə,

- qalıqların minimallaşdırılması məsələsi (2.1), (2.2), (2.4) məsələsinə,
- uzunluğu kiçik olan armaturların prioritetli sərf olunması məsələsi (2.1), (2.5) və
- tullantıların minimallaşdırılması məsələsi (2.1), (2.3), (2.6) məsələsinə gəlir.

3. Məsələnin həlli. Riyazi baxımdan yuxarıda qoyulmuş hər bir məsələ qismən tam ədədli proqramlaşdırma məsələsidir. Qismən tamədədli proqramlaşdırma məsələsinin tədqiqinə həsr

olunmuş çoxsaylı elmi ədəbiyyat sırasında Bakı elmi məktəbinin nümayəndəsi K.Ş.Məmmədovu göstərmək olar [4, s.312].

Nəzərə almaq lazımdır ki, istehsala yönəldilən aramaturların sayı minlərlə ölçülür. Bu baxımdan, məsələnin mahiyyətinə görə hər hansı bir biçmə qaydasına yönəldilmiş aramaturların sayını tam ədədə qədər yuvarlaqlaşdırmaq iqtisadi cəhətdən böyük itkilərə gətirməz. Odur ki, qoyulmuş məsələləri həll edərkən, x_{ik} -lərin tamliq şərtindən imtina etmək olar. Bu halda (2.4) və (2.5) məsələləri xətti proqramlaşdırma məsələsinə gəlir.

Xətti proqramlaşdırma məsələsini həll etmək üçün geniş istifadə olunan üsul simpleks üsuldur [5, s.20-25]. Simpleks üsulunu tətbiq etmək üçün məsələni kanonik şəkə gətirirlər. Yuxarıda qoyulmuş məsələlərin hər biri xətti proqramlaşdırma məsələsi olduğundan onların həll alqoritmi analojidir. Ümumiliyi pozmadan simpleks üsulunu (2.1), (2.2), (2.4) məsələsinin həllinə tətbiq edək. İlk məsələni kanonik şəkə gətirmək üçün aşağıdakı kimi yeni y_j , e_j və f_j ($j = 0, 1, \dots, l_1 + l_2 + \dots + l_n - 1$) dəyişənlərini daxil edək:

$$y_j = \begin{cases} x_{1,j+1}, & j = 0, 1, \dots, l_1 - 1, \\ x_{2,j-l_1+1}, & j = l_1, l_1 + 1, \dots, l_1 + l_2 - 1, \\ x_{3,j-l_1-l_2+1}, & j = l_1 + l_2, l_1 + l_2 + 1, \dots, l_1 + l_2 + l_3 - 1, \\ \dots, & \dots \\ x_{n,j-l_1-l_2-\dots-l_{n-1}+1}, & j = l_1 + l_2 + \dots + l_{n-1}, l_1 + l_2 + \dots + l_{n-1} + 1, \dots, l_1 + l_2 + \dots + l_n - 1, \end{cases}$$

$$e_{jr} = \begin{cases} b_{1r,j+1}, & j = 0, 1, \dots, l_1 - 1, \\ b_{2r,j-l_1+1}, & j = l_1, l_1 + 1, \dots, l_1 + l_2 - 1, \\ b_{3r,j-l_1-l_2+1}, & j = l_1 + l_2, l_1 + l_2 + 1, \dots, l_1 + l_2 + l_3 - 1, \\ \dots, & \dots \\ b_{nr,j-l_1-l_2-\dots-l_{n-1}+1}, & j = l_1 + l_2 + \dots + l_{n-1}, l_1 + l_2 + \dots + l_{n-1} + 1, \dots, l_1 + l_2 + \dots + l_n - 1, \end{cases}$$

($r = \overline{1, m}$)

$$f_j = \begin{cases} q_{1,j+1}, & j = 0, 1, \dots, l_1 - 1, \\ q_{2,j-l_1+1}, & j = l_1, l_1 + 1, \dots, l_1 + l_2 - 1, \\ q_{3,j-l_1-l_2+1}, & j = l_1 + l_2, l_1 + l_2 + 1, \dots, l_1 + l_2 + l_3 - 1, \\ \dots, & \dots \\ q_{n,j-l_1-l_2-\dots-l_{n-1}+1}, & j = l_1 + l_2 + \dots + l_{n-1}, l_1 + l_2 + \dots + l_{n-1} + 1, \dots, l_1 + l_2 + \dots + l_n - 1. \end{cases}$$

Onda (2.1), (2.2), (2.4) məsələsi aşağıdakı kanonik şəkildə yazılmış xətti proqramlaşdırma məsələsinə gəlir:

Elə $y_0, y_1, \dots, y_N$ ($N = l_1 + l_2 + \dots + l_n - 1$) ədədlərini tapmaq tələb olunur ki,

$$\sum_{j=0}^{N-1} f_j \cdot y_j \rightarrow \min \quad (3.1)$$

olsun və

$$\sum_{j=0}^{N-1} e_{jr} \cdot y_j = S_{r1}, \quad r = 1, \dots, m, \quad (3.2)$$

$$y_j \geq 0, \quad j = 0, \dots, N - 1$$

şərtləri ödənsin.

Məsələnin qoyuluşundan aydındır ki, (3.2) tənlikləri xətti asılı deyillər, onlardan hər hansı biri digərini inkar etmir və $m < N - 1$. Beləliklə, məsələ kanonik şəkə gətirilir, deməli simpleks metodla həll oluna bilər.

Qeyd edək ki, (2.3) funksiyaları qeyri-xətti olduğundan, tullantıların minimallaşdırılması məsələsi xətti proqramlaşdırma məsələsi deyil. Bu məqalədə onun həlli tədqiq olunmur.

4. Məsələnin həll algoritmi. Yuxarıda qeyd edildiyi kimi, məsələni simpleks üsulla həll edəcəyik. Əvvəlcə (3.2) tənliklərini m sayda məchula nəzərən dioqnal şəkə gətirək. Bunun üçün:

- $e_{01}, e_{02}, \dots, e_{0m}$ əmsalları arasında ilk sıfırdan fərqli olanı götürək. Tutaq ki, bu e_{0i} -dir.
- Əgər $i > 0$ olarsa, i -ci və 0-cı tənliklərin yerini dəyişək.
- 0-cı tənliyin bütün həddlərini e_{0i} ədədinə bölək.
- Əgər $e_{03}, e_{04}, \dots, e_{0m}$ əmsalları arasında sıfırdan fərqli olanlar varsa, birinci tənliyi sıfırdan fərqli əmsala vurub uyğun olaraq həmin tənlikdən çıxmaq lazımdır. Beləliklə, alınan sistemdə $e_{01} = 1, e_{02} = e_{03} = \dots = e_{0m} = 0$ olacaq.
- Növbəti addımda $e_{12}, e_{13}, \dots, e_{1m}$ əmsallarına baxaq, analogi proseduru tətbiq etməklə $e_{12} = 1, e_{11} = e_{13} = \dots = e_{1m} = 0$ olmasına nail olaq.
- Bu qayda ilə davam etsək, alınan sistem elə dəyişər ki, $e_{01} = e_{12} = e_{23} = \dots = e_{m-1,m} = 1$ və $e_{ji} = 0, j = 0, \dots, m-1, i = 1, \dots, m, j \neq i-1$ olar.
- Əgər hər hansı mərhələdə (hər hansı i üçün) bütün e_{ji} əmsalları sıfıra bərabər olarsa, onda
1) bu sütunu $m+1$ -ci sütunla əvəz etmək lazımdır,
2) $m+2$ -dən $N-1$ -ədək bütün sütunları bir addım irəli sürüşdürmək lazımdır,
3) keçmiş i -ci sütunu $N-1$ -ci yerə yerləşdirmək lazımdır.
- Bu proseduru başa vurduqda yenidən yazılmış (3.2) şəkilli tənliklərdə bütün i -lər ($i = 1, \dots, m$) üçün $S_{r1} \geq 0$ olmalıdır. Bu o deməkdir ki, yeni dəyişənlərdə

$$y_j = S_{j+1,1}, j = 0, \dots, m-1, y_j = 0, j = m, m+1, \dots, N-1 \quad (4.1)$$

olacaq. Bu qiymətlər başlanğıc iterasiya olaraq götürülə bilər.

- Lakin belə olmaya da bilər. Bu o deməkdir ki, məsələ, müəyyən bir i üçün $S_{i1} < 0$. Bu zaman aşağıdakı hallar ola bilər:
1) bütün e_{ji} əmsalları mənfidir ($j = m, m+1, \dots, N-1$). Bu o deməkdir ki, (3.2) tənlikləri uyuşan deyil.
2) elə bir $j \in \{m, m+1, \dots, N-1\}$ var ki, $e_{ji} \geq 0$. Onda $e_{i-1,i}$ və e_{ji} sütunlarının yerini dəyişmək və onları yenidən nömrələmək lazımdır. Bu proseduru o qədər təkrar etmək lazımdır ki, $y_j \geq 0$ şərtini ödəyən başlanğıc iterasiya alınsın.

İndi funksionalda iştirak edən y_j dəyişənlərini (4.1) münasibətlərinə uyğun olaraq yeni qiymətlərlə ifadə edək:

$$\sum_{j=0}^{N-1} f_j \cdot y_j = \sum_{j=0}^{m-1} f_j \cdot S_{j+1,1} + \sum_{j=m}^{N-1} (f_j - e_{j,r}) \cdot y_j = \gamma_0 + \sum_{j=m}^{N-1} \gamma_j \gamma_j,$$

$$\gamma_0 \equiv \sum_{j=0}^{m-1} f_j \cdot S_{j+1,1}, \gamma_j \equiv f_j - e_{j,r}.$$

- Əgər bütün γ_j ədədləri müsbətdirsə, deməli başlanğıc iterasiya optimaldır.
- Əgər $\gamma_j < 0$ ədədi varsa, başlanğıc iterasiyanı yaxşılaşdırmaqla optimal həlli tapmaq olar. Tutaq ki, $\gamma_p < 0, m \leq p < N-1$.
- $\min \frac{S_{j+1,1}}{e_{pj}}$ olan j -ni tapmaq və y_j ilə y_p -nin yerini dəyişək. Bu proseduru o qədər təkrar etmək lazımdır ki, daha mənfi γ_j ədədi qalmasın. Onda tapılan həll optimal olacaq.

5. Nəticə. Məqalədə armaturların qalıqsız kəsilməsi, tullantıların minimallaşdırılması, kəsilməyə göndərilən armaturların sayının azaldılması kimi məsələlər tədqiq olunur. Armaturların sifarişə uyğun kəsilmə prosesinin modeli yaradılmış, müxtəlif optimallıq meyarları daxil edilmişdir. Alınmış optimallaşdırma məsələsi – xətti proqramlaşdırma məsələsi həll edilmişdir.

Hazırda inşaat obyektlərinin tikilməsində armaturların istifadəsi verilən ümumi maliyyə vəsaitinin 55-60 %-ni təşkil edir. Armaturların rəşional kəsilməklə sərf olunması vacib məsələlərdən biri hesab olunur. Bu baxımdan, armaturların təklif olunan optimal həllə uyğun kəsilməsi böyük iqtisadi səmərə verir.

Ədəbiyyat

1. Əmiraslanova Z.N. Dəmir-beton konstruksiyalarda armaturların kəsilməsi zamanı alınan tullantının minimallaşdırılması // Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının xəbərləri. XXXIV cild, № 6, Bakı, 2014, s 116-123.
2. Зуховицкий С.И., Авдеева Л.И. Линейное и выпуклое программирование // Москва, Издательство «Наука», 1964, 348 с.
3. Романовский И.В. Алгоритмы решения экстремальных задач // Москва, Издательство «Наука», 1977, 352 с.
4. Mamedov K.Sh., Huseynov S.Ya. Methods of constructing suboptimal solutions of integer programming problems and successive improvement of these solutions Automatic Control and Computer Sciences. 2007, Volume 41, Issue 6, p.312-319.
5. Ермолев Ю.М., Ляшко И.И., Михалевич В.С., Тюптя В.И. Математические методы исследования операций // Киев, Вища школа, Головное изд-во, 1979, 312 с.

Z.N. Amiraslanova, A.B. Pashayev, E.N. Sabziev

A problem of optimal rebar cutting for reinforced concrete structures

The paper is devoted to the problem of optimal rebar cutting for reinforced concrete structures. To this end, conditions of order provision for rebar cutting have been modelled. Based on these conditions, optimal alternatives for cutting have been studied and waste minimization objectives have been set. A solution method is selected and the algorithm of its realization is described.

Keywords: cutting problem, reinforced concrete structures, optimal rebar cutting, operation research, residue minimization

УДК 681.3

З.Н. Амирасланова, А.Б. Пашаев, Э.Н. Сабзиев

Задача оптимального раскроя арматур железобетонных конструкций

Статья посвящена задаче оптимального раскроя арматур железобетонных конструкций. С этой целью, для раскроя арматур, смоделированы условия обеспечения заказов. На основе этих условий изучены оптимальные варианты раскроя и поставлены задачи минимизации отходов. Выбран метод решения и описан алгоритм ее реализации.

Ключевые слова: задача раскроя, железобетонные конструкции, оптимальный раскрой арматур, исследование операций, минимизация остатков

AMEA İdarəetmə Sistemləri İnstitutu

Təqdim olunub 28.03.2016