Transaction of Azerbaijan National Academy of Sciences, Series of Physical-Technical and Mathematical Sciences: Informatics and Control Problems, Vol. XXXVII, No.3, 2017
www.isi.az/journal/2017/3-10.pdf

УДК 519.216

У.Э. САТТАРОВА

ТЕХНОЛОГИЯ И ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОРРЕКТНОГО НОРМИРОВАНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ

При традиционном подходе предполагается, что переход к нормированным оценкам корреляционных функций зашумленных сигналов позволяет упростить вычисления, перейти к безразмерной величине и таким образом сравнивать процессы с различными значениями дисперсий. В работе показано, что при этом полученные результаты все равно содержат значительные погрешности от помехи даже при выполнении классических условий. В статье предлагается технология корректированного вычисления нормированных корреляционных функций зашумленных сигналов, которая позволяет значительно уменьшить погрешности от помех даже при несоблюдении классических условий.

Ключевые слова: случайный сигнал, помеха, зашумленный сигнал, нормированные оценки корреляционной функции, робастные оценки

1. Введение. В современных информационных системах корреляционный анализ применяется для решения задач распознавания, идентификации, диагностики, прогноза, оптимизации, управления и т.д. Для решения этих задач информационные системы должны обеспечить точное вычисление оценок статистических характеристик технологических параметров и определить собственные и взаимные корреляционные матрицы.

В литературе при традиционном подходе к решению перечисленных практических задач статистическими методами предполагается, что для реального сигнала $g(t)$, состоящего из смеси полезного сигнала $X(t)$ и случайной помехи $\varepsilon(t)$, выполняются классические условия, то есть исследуемый процесс $g(t)$ является стационарным эргодическим, случайная помеха $\varepsilon(t)$ имеет нулевое математическое ожидание m_ε=0, некоррелированные значения отчетов $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\overset{\circ}{\varepsilon}(i\Delta t)\overset{\circ}{\varepsilon}((i+\mu)\Delta t)$=0 при $\mu \neq 0$, полезный сигнал $X(t)$ и помеха $\varepsilon(t)$ подчиняются нормальному закону распределения и между ними отсутствует корреляция [1, с.200; 2, с.312]. Однако, как показано в работах [3, с.195; 4, с.101], при выполнении этих условий оценки автокорреляционных функций зашумленных сигналов при всех временных сдвигах μ на самом деле не содержат погрешностей, за исключением нулевого временного сдвига μ=0, где оценка состоит из суммы оценки автокорреляционной функции полезного сигнала и дисперсии помехи. Оценки же взаимно корреляционных функций не содержат погрешностей от помехи при всех временных сдвигах μ. В существующей литературе [1, с.272; 2, с.129] считается, что для устранения влияния помехи на оценку автокорреляционной функции при нулевом временном сдвиге μ=0 целесообразно перейти к нормированным оценкам корреляционных функций. Известно, что стандартизация или нормирование приводит значения всех преобразованных переменных к единому диапазону значений путем выражения через отношение этих значений к некой величине, отражающей определенные свойства конкретного признака [5, с.57]. В тоже время процесс нормирования действительно позволяет независимо сравнивать взаимные корреляции абсолютных значений данных [6, с.339,341]. Кроме того, часто требуется нормировка показателей, и это удобно для того чтобы перейти к безразмерным переменным [7, с.39]. Также в большинстве случаев случайные функции аппроксимируются нормированной корреляционной функцией [8, с.89]. Принято сразу переходить к нормированным

корреляционным функциям т.к. считается, что нормированные корреляционные функции удобны тем, что их значения не превышают единицу [9, с.53]. Известно также, что для оценки степени зависимости сечений случайной функции удобнее пользоваться нормированием корреляционной функции [10, с.21]. Также, общепринято, что нормированную корреляционную функцию используют для того, чтобы иметь возможность сравнивать процессы с различными значениями дисперсий [11, с.83].

Однако, естественно, что в случае, когда классические условия [1, с. 72; 2, с.212; 3. с.135; 4, с.92] не выполняются, величина погрешности от влияния помехи на оценки нормированных корреляционных функций будет еще более существенной, и это приведет к неадекватности решения вышеуказанных задач. В связи с этим ощущается необходимость в разработке информационной технологии, ориентированной на вычисление “корректированных” нормированных корреляционных функций. Данная статья посвящена решению этой проблемы.

2. Постановка задачи. В литературе показано, что нормированная автокорреляционная функция вычисляется по формуле [1, с.372; 2, с.212]:

$$r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)=R_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)/D(x), \tag{2.1}$$

где $X(t)$– полезный сигнал, $D(x)$– его дисперсия, $R_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)$– корреляционная функция.

$$R_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\overset{\circ}{X}(i\Delta t)\overset{\circ}{X}((i+\mu)\Delta t), \qquad \text{где } \mu=0,\ \mu=\Delta t,\ \mu=2\Delta t,\ \mu=3\Delta t,\ \dots .$$

Нормированная автокорреляционная функция зашумленного же сигнала, состоящего из смеси случайного полезного сигнала $X(t)$ и помехи $\varepsilon(t)$

$$g(t)=X(t)+\varepsilon(t), \tag{2.2}$$

вычисляется по формуле:

$$r_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)=R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)/D(g). \tag{2.3}$$

Аналогично формула для вычисления оценок нормированных взаимно корреляционных функций $r_{\overset{\circ}{x}_1\overset{\circ}{x}_2}(\mu)$ полезных сигналов $X_1(t)$, $X_2(t)$ имеет вид:

$$r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)=R_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)/\sqrt{D(x_1)\cdot D(x_2)}. \tag{2.4}$$

Нормированная взаимно корреляционная функция зашумленных сигналов $g_1(t)$, $g_2(t)$, состоящих из смеси случайных полезных сигналов $X_1(t)$, $X_2(t)$ и помех $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$

$$g_1(t)=X_1(t)+\varepsilon_1(t), \tag{2.5}$$

$$g_2(t)=X_2(t)+\varepsilon_2(t), \tag{2.6}$$

вычисляется по формуле:

$$r_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)=R_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)/\sqrt{D(g_1)\cdot D(g_2)}. \tag{2.7}$$

Между оценками нормированной автокорреляционной функции $r_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)$ зашумленного сигнала $g(t)$ и оценками нормированной автокорреляционной функции $r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)$ полезного сигнала $X(t)$, а также между оценками нормированной взаимно корреляционной функции $r_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)$ зашумленных сигналов $g_1(t)$, $g_2(t)$ и оценками нормированной взаимно корреляционной функции $r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)$ полезных сигналов $X_1(t)$, $X_2(t)$ считаются

справедливыми равенства [1, с.172; 2, с.112]:

$$r_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu) \approx r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu), \tag{2.8}$$

$$r_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu) \approx r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu). \tag{2.9}$$

Однако, сравнивая экспериментально выражение (2.1) с выражением (2.3), а также выражения (2.4) - с выражением (2.7), можно заметить, что оценки нормированных авто и взаимно корреляционных функций полезных сигналов значительно отличаются от оценок нормированных авто и взаимно корреляционных функций зашумленных сигналов, то есть [3, с.205; 4, с.99; 5, с.57; 6, с.339]

$$r_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu) \neq r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu), \tag{2.10}$$

$$r_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu) \neq r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu). \tag{2.11}$$

В этой статье ставится задача разработки технологии, позволяющей получить корректированные оценки нормированных корреляционных функций зашумленных сигналов, обеспечивающих выполнение следующих равенств:

$$r^R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu) \approx r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu), \tag{2.12}$$

$$r^R_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu) \approx r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu). \tag{2.13}$$

Алгоритм вычисления дисперсии помехи производился по нижеследующей формуле (2.14). В работах [3, с.205; 4, с.179] показано, что дисперсию помехи зашумленного сигнала $g(i\Delta t)$ можно вычислить по выражению:

$$D(g) = R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu=0) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\overset{\circ}{g}(i\Delta t)^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left(\overset{\circ}{X}(i\Delta t) + \overset{\circ}{\varepsilon}(i\Delta t)\right)^2$$

$$D_\varepsilon = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[\overset{\circ}{g}^{\,2}(i\Delta t) + \overset{\circ}{g}(i\Delta t)\overset{\circ}{g}((i+2)\Delta t) - 2\overset{\circ}{g}(i\Delta t)\overset{\circ}{g}((i+1)\Delta t)\right]. \tag{2.14}$$

Технология вычисления корректированных оценок нормированных корреляционных функций

Ниже будет показана новая технология, вычисления корректированных оценок нормированных корреляционных функций, используя вычисление оценки величин дисперсий помех D_ε. Для этого предлагается следующая технология определения корректированных оценок нормированных автокорреляционных и взаимно корреляционных функций зашумленных сигналов. Вычисляются:

1) оценки авто корреляционной функции центрированного зашумленного сигнала $\overset{\circ}{g}(t)$:

$$R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\overset{\circ}{g}(i\Delta t)\overset{\circ}{g}((i+\mu)\Delta t), \quad \overset{\circ}{g}(t) = g(t) - m_g; \tag{2.15}$$

2) оценки нормированной авто корреляционной функции зашумленного сигнала $\overset{\circ}{g}(t)$:

$$r_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu) = R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)/D(g) = \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\overset{\circ}{g}(i\Delta t)\overset{\circ}{g}((i+\mu)\Delta t)\right)/\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\overset{\circ}{g}(i\Delta t)\overset{\circ}{g}(i\Delta t); \tag{2.16}$$

3) величина дисперсии D_ε помехи $\varepsilon(i\Delta t)$:

$$D_\varepsilon = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[\overset{\circ}{g}^{\,2}(i\Delta t) + \overset{\circ}{g}(i\Delta t)\overset{\circ}{g}((i+2)\Delta t) - 2\overset{\circ}{g}(i\Delta t)\overset{\circ}{g}((i+1)\Delta t)\right]; \tag{2.17}$$

4) корректированные оценки нормированной автокорреляционной функции при $\mu \neq 0$:

$$r^R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu) = R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu) / \left(D(g) - D_\varepsilon\right), \tag{2.18}$$

$$\text{где } D(g) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \overset{\circ}{g}{}^2(i\Delta t), \tag{2.19}$$

$$\text{или } r^R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu) = \left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \overset{\circ}{g}(i\Delta t)\overset{\circ}{g}((i+\mu)\Delta t)\right) / \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[2\overset{\circ}{g}(i\Delta t)\overset{\circ}{g}((i+1)\Delta t) - \overset{\circ}{g}(i\Delta t)\overset{\circ}{g}((i+2)\Delta t)\right]; \tag{2.20}$$

5) корректированные оценки нормированной автокорреляционной функции

$$r^R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu) = \begin{cases} 1 & при \quad \mu = 0 \\ \dfrac{\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[\overset{\circ}{g}(i\Delta t)\overset{\circ}{g}((i+\mu)\Delta t)\right]}{\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[2\overset{\circ}{g}(i\Delta t)\overset{\circ}{g}((i+1)\Delta t) - \overset{\circ}{g}(i\Delta t)\overset{\circ}{g}((i+2)\Delta t)\right]} & при \quad \mu \neq 0 \end{cases} \tag{2.21}$$

при любом значении временного сдвига.

Технология определения робастных оценок нормированных взаимно корреляционных функций же имеет следующий вид:

1) оценки взаимно корреляционной функции зашумленных сигналов $\overset{\circ}{g}_1(t)$, $\overset{\circ}{g}_2(t)$:

$$R_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\overset{\circ}{g}_1(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_2((i+\mu)\Delta t),\ \overset{\circ}{g}_1(t) = g_1(t) - m_{g_1},\ \overset{\circ}{g}_2(t) = g_2(t) - m_{g_2}; \tag{2.22}$$

2) оценки нормированной взаимно корреляционной функций зашумленных сигналов:

$$r_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu) = \frac{R_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)}{\sqrt{D(g_1)\cdot D(g_2)}} = \frac{\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\overset{\circ}{g}_1(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_2((i+\mu)\Delta t)}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\overset{\circ}{g}_1(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_1(i\Delta t)\right)\cdot\left(\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\overset{\circ}{g}_2(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_2(i\Delta t)\right)}}); \tag{2.23}$$

3) оценка дисперсии D_{ε_1} помехи $\varepsilon_1(i\Delta t)$:

$$D_{\varepsilon_1} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[\overset{\circ}{g}_1(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_1(i\Delta t) + \overset{\circ}{g}_1(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_1((i+2)\Delta t) - 2\overset{\circ}{g}_1(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_1((i+1)\Delta t)\right]; \tag{2.24}$$

оценка дисперсии D_{ε_2} помехи $\varepsilon_2(i\Delta t)$:

$$D_{\varepsilon_2} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left[\overset{\circ}{g}_2(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_2(i\Delta t) + \overset{\circ}{g}_2(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_2((i+2)\Delta t) - 2\overset{\circ}{g}_2(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_2((i+1)\Delta t)\right]; \tag{2.25}$$

5) корректированные оценки нормированной взаимно корреляционной функции при любом значении μ будет иметь следующий вид:

$$r^R_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu) = R_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu) / \sqrt{\left(D(g_1) - D_{\varepsilon_1}\right)}\sqrt{\left(D(g_2) - D_{\varepsilon_2}\right)}, \tag{2.26}$$

$$\text{где } D(g_1) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\overset{\circ}{g}_1(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_1(i\Delta t),\ D(g_2) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\overset{\circ}{g}_2(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_2(i\Delta t), \tag{2.27}$$

или (2.28)

$$r^R_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu) = \frac{\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\overset{\circ}{g}_1(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_2((i+\mu)\Delta t)}{\sqrt{\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}2\overset{\circ}{g}_1(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_1((i+1)\Delta t) - \overset{\circ}{g}_1(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_1((i+2)\Delta t)}\sqrt{\dfrac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}2\overset{\circ}{g}_2(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_2((i+1)\Delta t) - \overset{\circ}{g}_2(i\Delta t)\overset{\circ}{g}_2((i+2)\Delta t)}}$$

Технология проведения вычислительных экспериментов

Для подтверждения новой технологии корректного вычисления нормированных корреляционных функций было проведено большое количество вычислительных экспериментов, используя средство последнюю версию MATLAB Signal Processing Tollbox - R2017a.

При проведении вычислительных экспериментов для оценок автокорреляционных функций формировались полезные сигналы $X(t)$, помехи $\varepsilon(t)$ и зашумленные сигналы $g(i\Delta t)=X(i\Delta t)+\varepsilon(i\Delta t)$ с заданными характеристиками. Для каждого сформированного полезного сигнала $X(t)$ проверялось условие постоянства математического ожидания, то есть выполнение равенства:

$$m_x(T_1)\approx m_x(T_2)\approx\ldots\approx m_x(T_n)\approx m_x$$

или неравенства

$$m_x(T_1)\neq m_x(T_2)\neq\ldots\neq m_x(T_n)\neq m_x\,.$$

Затем вычислялись оценки нормированных автокорреляционных функций полезных сигналов $r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)$, вычисленных по формуле (2.1), автокорреляционных функций зашумленных сигналов $r_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)$, вычисленных по формуле (2.16), величина дисперсии D_ε помехи $\varepsilon(t)$ по формуле (2.14), и наконец, корректированные оценки нормированной автокорреляционной функции $r^R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)$, полученных по формуле (2.21) и проводилось сравнение оценок нормированных корреляционных функций. Для этого были определены:

1) величины относительных погрешностей оценок нормированных автокорреляционных функций $r_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)$ и корректированных оценок $r^R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)$ зашумленных сигналов по выражениям:

$$\Delta r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)=\frac{\left|r_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)-r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)\right|}{\left|r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)\right|}*100;\qquad \Delta r^R_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)=\frac{\left|r^R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)-r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)\right|}{\left|r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)\right|}*100\%. \qquad (2.29)$$

При проведении вычислительных экспериментов для оценок взаимно корреляционных функций формировались полезные сигналы и помехи соответственно $X_1(t)$, $X_2(t);\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ и зашумленные сигналы $g_1(i\Delta t)=X_1(t)+\varepsilon_1(t)$, $g_2(i\Delta t)=X_2(t)+\varepsilon_2(t)$ с. Для каждого сформированного полезного сигнала $X_1(t)$, $X_2(t)$ проверялось условие постоянства математического ожидания, то есть выполнение равенств:

$$m_{x_1}(T_1)\approx m_{x_1}(T_2)\approx\ldots\approx m_x(T_n)\approx m_{x_1},$$

$$m_{x_2}(T_1)\approx m_{x_2}(T_2)\approx\ldots\approx m_{x_2}(T_n)\approx m_{x_2},$$

или неравенств

$$m_{x_1}(T_1)\neq m_{x_1}(T_2)\neq\ldots\neq m_{x_1}(T_n)\neq m_{x_1}\,.$$

$$m_{x_2}(T_1)\neq m_{x_2}(T_2)\neq\ldots\neq m_{x_2}(T_n)\neq m_{x_2}\,.$$

Затем по выражениям (2.4) и (2.23) вычислялись оценки нормированных взаимно корреляционных функций $r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)$, $r_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)$ полезных и зашумленных сигналов $X_1(t)$,

$X_2(t)$, $g_1(t)$, $g_2(t)$ соответственно; величины дисперсий D_{ε_1}, D_{ε_2} помех $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ по формулам (2.24) и (2.25); робастные оценки нормированной взаимно корреляционной функции $r^R_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)$ по формуле (2.26), и проводился сравнительный анализ. Для этого были определены:

1) величины относительных погрешностей оценок нормированных взаимно корреляционных функций $r_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)$ зашумленных сигналов по выражению:

$$\Delta r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)=\left|r_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)-r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)\right|/\left|r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)\right|*100\%; \tag{2.30}$$

2) величины относительных погрешностей робастных оценок нормированных взаимно корреляционных функций $r^R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)$ по выражению:

$$\Delta r^R_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)=\left|r^R_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)-r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)\right|/\left|r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)\right|*100\%. \tag{2.31}$$

Результаты вычислительных экспериментов

Результаты вычислительных экспериментов для оценок нормированных автокорреляционных функций. **Первый вид экспериментов.** Полезный сигнал $X(t)$ сформирован в виде суммы гармонических колебаний и для него соблюдаются классические условия. Помеха подчиняется различным законам распределения с математическим ожиданием $m_\varepsilon \approx 0$.

Эксперимент N1. Полезный сигнал $X(i\Delta t)=40\sin(i\Delta t)+100$. Помеха $\varepsilon(t)$ подчиняется нормальному закону распределения с дисперсией $D(\varepsilon)\approx 90$. Таким образом, созданы полезный сигнал и помеха, которые подчиняются классическим условиям.

Эксперимент N2. Полезный сигнал $X(i\Delta t)=40\sin(i\Delta t)+\ 25\cos(0.5\cdot i\Delta t)$ +120. Помеха $\varepsilon(t)$ подчиняется биноминальному закону распределения с дисперсией $D(\varepsilon)\approx 130$.

Эксперимент N3. Полезный сигнал $X(i\Delta t)=40\sin(i\Delta t)+25\cos(0.5\cdot i\Delta t)+\sin(10\cdot i\Delta t)+$ +100. Помеха $\varepsilon(t)$ подчиняется экспоненциальному закону распределения с $D(\varepsilon)\approx 229$.

Эксперимент N4. Полезный сигнал $X(i\Delta t)=40\sin(i\Delta t)+25\cos(0.5\cdot i\Delta t)+3\sin(2\cdot i\Delta t)+$ +115. Помеха $\varepsilon(t)$ подчиняется beta-распределению с $D(\varepsilon)\approx 136$.

Эксперимент N5. Полезный сигнал $X(i\Delta t)=40\sin(i\Delta t)+25\cos(0.5\cdot i\Delta t)+3\sin(2\cdot i\Delta t)+$ +115. Помеха $\varepsilon(t)$ подчиняется гамма–распределению с $D(\varepsilon)\approx 52$.

Второй вид экспериментов. Полезный сигнал $X(t)$ сформирован в виде суммы гармонических колебаний и для него нарушается условие постоянства математического ожидания и выполняются неравенства. Закон распределения помехи $\varepsilon(t)$ отличается от нормального, математическое ожидание $m_\varepsilon \approx 0$. Таким образом, для полезного сигнала и помехи нарушаются классические условия.

Эксперимент N6. Полезный сигнал $X(i\Delta t)=50\sin(i\Delta t)+5\cos(0.5\cdot i\Delta t)+2\sin(i\Delta t)+\ +$ $5\cos(13\cdot i\Delta t)$+15. Помеха $\varepsilon(t)$ подчиняется логнормальному распределению с $D(\varepsilon)\approx 665$.

Результаты вычислений для *Эксперимента N1* и *Эксперимента N6* представлены в таблице1. Аналогичные результаты получены и для *Экспериментов N2, N3, N4, N5*.

Результаты вычислительных экспериментов для оценок нормированных взаимно

корреляционных функций. **Первый вид экспериментов.** Полезные сигналы $X_1(t)$, $X_2(t)$ сформированы в виде суммы гармонических колебаний и для них выполняются классические условия. Помехи $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ подчиняются различным законам распределения с математическими ожиданиями $m_{\varepsilon_1} \approx 0$, $m_{\varepsilon_2} \approx 0$.

Эксперимент N7. Полезные сигналы $X_1(i\Delta t)=40\sin(i\Delta t)+100$, $X_2(i\Delta t)=40\sin(1.15\cdot i\Delta t)$ +200. Помехи $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ подчиняются нормальному распределению с дисперсиями $D(\varepsilon_1)\approx$ 89.76, $D(\varepsilon_2)\approx 430$. Таким образом, созданы полезные сигналы и помехи, которые подчиняются классическим условиям.

Эксперимент N8. Полезные сигналы $X_1(i\Delta t)=40\sin(i\Delta t)+100$, $X_2(i\Delta t)=40\sin(1\cdot i\Delta t)+ +$ $25\cos(0.5\cdot i\Delta t)$+120. Помеха $\varepsilon_1(t)$ подчиняется биноминальному закону распределения с $D(\varepsilon_1)\approx 130.5$, помеха $\varepsilon_2(t)$ – нормальному с $D(\varepsilon_2)\approx 359$.

Эксперимент N9. Полезные сигналы $X_1(i\Delta t)=40\sin(1\cdot i\Delta t)+25\cos(0.5\cdot i\Delta t)+\sin(10\cdot i\Delta t)+$ +100, $X_2(i\Delta t)=40\sin(i\Delta t)+100$. Помеха $\varepsilon_1(t)$ подчиняется экспоненциальному закону распределения с $D(\varepsilon_1)\approx 228.6$, помеха $\varepsilon_2(t)$ – нормальному с $D(\varepsilon_2)\approx 359$.

Эксперимент N10. Полезные сигналы $X_1(i\Delta t)=40\sin(1\cdot i\Delta t)+25\cos(0.5\cdot i\Delta t)+ +$ $3\sin(2\cdot i\Delta t)$+115, $X_2(i\Delta t)=40\sin(i\Delta t)+\sin(10\cdot i\Delta t)$+100. Помеха $\varepsilon_1(t)$ подчиняется гамма–распределению с $D(\varepsilon_1)\approx 52.6$, помеха $\varepsilon_2(t)$ – биноминальному с $D(\varepsilon_2)\approx 123$.

Второй вид экспериментов. Полезные сигналы $X_1(t)$, $X_2(t)$ сформированы в виде суммы гармонических колебаний и для них не выполняются условия постоянства математических ожиданий. Законы распределения помех $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ отличаются от нормального закона.

Эксперимент N11. Полезные сигналы $X_1(i\Delta t)=50\sin(1\cdot i\Delta t)+5\cos(0.5\cdot i\Delta t)+2\sin(i\Delta t)+$ $5\cos(13\cdot i\Delta t)$+15, $X_2(i\Delta t)=40\sin(i\Delta t)+25\cos(0.5\cdot i\Delta t)+3\sin(2\cdot i\Delta t)$+115. Для полезного сигнала $X_1(t)$ нарушено условия постоянства математического ожидания. Помеха $\varepsilon_1(t)$ подчиняется экспоненциальному распределению с $D(\varepsilon_1)\approx 228.64$, помеха $\varepsilon_2(t)$ – гамма–распределению с $D(\varepsilon_2)\approx 52{,}6$.

Результаты вычислений для *Эксперимента N7*, *Эксперимента N11* представлены в таблице 2. Аналогичные результаты получены и для *Экспериментов N8, N9, N10*.

3. Выводы. В результате сравнительного анализа полученных результатов сделаны выводы.

1) Оценки дисперсий помех D_ε, D_{ε_1}, D_{ε_2} зашумленных сигналов $g(t)$, $g_1(t)$, $g_2(t)$, вычисленные по выражениям (2.14) (3.3), (3.11) практически совпадают с заданными оценками дисперсий $D(\varepsilon)$, $D(\varepsilon_1)$, $D(\varepsilon_2)$ помех $\varepsilon(t)$, $\varepsilon_1(t)$, $\varepsilon_2(t)$ (столбец 1 таблиц 1,2):

$$D_\varepsilon \approx D(\varepsilon),\ D_{\varepsilon_1} \approx D(\varepsilon_1),\ D_{\varepsilon_2} \approx D(\varepsilon_2). \tag{3.1}$$

2) Оценки нормированных корреляционных функций $r_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)$, $r_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)$ зашумленных сигналов сильно отличаются от оценок нормированной корреляционной функции $r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)$, $r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)$ полезных сигналов $X(t)$, $X_1(t)$, $X_2(t)$, (столбцы 2, 3 таблиц 1, 2).

3) Величины относительных погрешностей оценок $\Delta r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)$, $\Delta r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)$ оценок

нормированных корреляционных функций $r_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)$, $r_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)$ зашумленных сигналов, колеблются в различных экспериментах от 8% до 30% и выше (столбец 5 таблиц 1, 2).

4) Корректированные оценки нормированных корреляционных функций $r^R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)$, $r^R_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)$ практически совпадают с оценками нормированных корреляционных функций $r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)$, $r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)$ полезных сигналов $X(t)$, $X_1(t)$, $X_2(t)$, (столбцы 3, 4 таблиц 1, 2).

5) Величины относительных погрешностей оценок $\Delta r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)$, $\Delta r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)$ корректированных оценок нормированных корреляционных функций $\Delta r^R_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)$, $\Delta r^R_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)$,), практически равны нулю или уменьшаются с 26-30% до 5-6% даже в том случае, когда нарушаются классические условия (столбец 6 таблиц 1, 2).

Таким образом, применение разработанной робастной технологии позволяет получить корректированные оценки нормированных авто и взаимно корреляционных функций. Причем предлагаемая технология обеспечивает робастность оценок даже в таком непростом случае, когда классические условия не выполняются ни для полезных сигналов и ни для помех.

Таблица 1. Результаты вычислительных экспериментов

	$r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)$	$r_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)$	$r^R_{\overset{\circ}{g}\overset{\circ}{g}}(\mu)$	$\Delta r_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)$	$\Delta r^R_{\overset{\circ}{X}\overset{\circ}{X}}(\mu)$
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Эксперимент N1 $D(\varepsilon)$ =89,7642 D_ε =80,6617	1	1	1	0	0
	0,9995	0,9014	0,9914	9,814	0,8115
	0,998	0,8936	0,9828	10,4641	1,5265
	0,9956	0,8982	0,9879	9,7756	0,7692
	0,9921	0,8898	0,9786	10,3116	1,3587
	0,9877	0,8861	0,9746	10,2834	1,3277
	0,9823	0,8878	0,9764	9,6176	0,5954
	0,9759	0,8778	0,9654	10,0523	1,0735
	0,9686	0,8727	0,9598	9,8999	0,9059
	0,9603	0,8711	0,9581	9,2873	0,2322
Эксперимент N6 $D(\varepsilon)$ =106,59 D_ε =101,35	1	1	1	0	0
	0,9915	0,7713	0,9938	22,2141	0,2278
	0,9701	0,7664	0,9875	20,9924	1,8019
	0,9457	0,7496	0,9658	20,7376	2,1302
	0,9294	0,7479	0,9637	19,5237	3,6944
	0,9277	0,725	0,9342	21,8451	0,7033
	0,9394	0,7325	0,9438	22,0279	0,4677
	0,956	0,7573	0,9758	20,7912	2,0612
	0,9664	0,7573	0,9758	21,6355	0,9734
	0,9617	0,7543	0,9719	21,5688	1,0592

Таблица 2. Результаты вычислительных экспериментов

	$r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)$	$r_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)$	$r^R_{\overset{\circ}{g}_1\overset{\circ}{g}_2}(\mu)$	$\Delta r_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)$	$\Delta r^R_{\overset{\circ}{X}_1\overset{\circ}{X}_2}(\mu)$
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Эксперимент N	0,8283	0,6107	0,7779	26,2702	6,0869

	0,8245	0,6261	0,7975	24,0634	3,2759
	0,8206	0,6055	0,7713	26,2078	6,0073
	0,8166	0,6038	0,769	26,0655	5,826
	0,8126	0,6101	0,7771	24,9205	4,3677
	0,8084	0,5919	0,7539	26,7841	6,7414
	0,8043	0,6003	0,7647	25,3553	4,9214
	0,8	0,5925	0,7547	25,9421	5,6689
	0,7957	0,5965	0,7598	25,032	4,5097
	0,7913	0,5817	0,7409	26,4951	6,3733
Эксперимент N11 $D(\varepsilon_1)=225{,}9$ $D(\varepsilon_2)=46{,}11$ $D(\varepsilon_1)=228{,}64$; $D(\varepsilon_2)=51$;	0,889	0,815	0,8958	8,3156	0,7633
	0,8889	0,8125	0,893	8,5867	0,4653
	0,8885	0,8177	0,8986	7,9755	1,137
	0,888	0,8127	0,8932	8,4801	0,5825
	0,8873	0,8164	0,8972	7,9904	1,1207
	0,8863	0,8095	0,8896	8,6735	0,3698
	0,8852	0,8114	0,8918	8,3321	0,7451
	0,8838	0,8053	0,8851	8,8814	0,1415
	0,8823	0,8033	0,8829	8,9437	0,0729
	0,8805	0,8033	0,8828	8,7648	0,2695

Литература

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969, с.572.
2. Бендат Дж., Пирсол А. Применения корреляционного и спектрального анализа. — М.: Мир, 1983, с.312.
3. Telman Aliev. Digital Noise Monitoring of Defect Origin. — London: Springer-Verlag, 2007, p.235.
4. Telman Aliev. Robust Technology with Analysis of Interference in Signal Processing. — New York: Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2003, p.199.
5. Н.Н. Буреева. Многомерный статистический анализ с использованием ППП “statistica”. Нижний Новгород. 2007, с.114.
6. Айфичер, Эммануил С., Джервис, Барри У. Цифровая обработка сигналов: практический подход. Издательство «ВИЛЬЯМС». Москва - Санкт-Петербург – Киев. 2004 (перевод), с.989.
7. Алиева П.М. Учебное пособие по дисциплине «Многомерные статистические методы» Махачкала. 2012, с.75.
8. Сырицын Т.А. Надежность гидро и пневмопровода. «Машиностроение». Москва. 1981, с.249.
9. И. В. Кузьмин, В. А. Кедрус. Основы теории информации кодирования. Головное издательство издательского объединения «ВИЩА ШКОЛА». Киев. 1977, с.279.
10. Ф. Карпов. Расчет городских распределительных электрических сетей. Издательство «Энергия». Москва. 1968, с.224.
11. В. Хорстхемке, Р. Лефевр. Индуцированные шумом переходы. Теория и применение в физике, химии и биологии. Перевод с английского Ю. А. Данилова и канд. физ.-мат. наук В. И. Емельянова под редакцией д. ф.-м.н., проф. Д.Н. Зубарева и д.ф.-м.н А.С. Михайлова. «МИР». Москва. 1987, с.400.
(Springer Series in Synergetics Editor: Hermann Haken Volume 15W. Horsthemke, R. Lefever Noise-Induced Transitions Theory and Applications in Physics, Chemistry, and Biology Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York Tokyo 1984)

UOT 519.216

U.E. Səttarova

Korrelyasiya funksiyalarının düzgün normallaşması üçün texnologiya və proqram vasitələri

Ənənəvi yanaşma əsasında ehtimal olunur ki, küylü siqnalların korrelyasiya funksiyasıyalarının normallaşmış qiymətlərinə keçid, hesablamaların asanlaşmasına, ölçüsüz vahidə keçməyə və bununla da, müxtəlif dispersiya qiymətləri ilə ifadə olunan prosesləri müqayisə etməyə imkan verir. Məqalədə göstərilir ki, hətta klassik şərtlər ödəndiyi halda, alınmış nəticələrin hesablanmasında ciddi səhvlər mövcuddur. Məqalədə klassik şərtlər ödənmədiyi hall üçün də səhvlərin azalmasına imkan verən, korrektə olunmuş normallaşmış küylü siqnalların korrelyasiya funksiyalarının hesablanması üçün yeni texnologiya təklif olunur.

Açar sözlər : təsadüfi siqnal, maneə, küylü siqnal, korrelyasiya funksiyasının normallaşmış qiymətləri, robast qiymət

U.E. Sattarova

Technology and software for determining correct normalization of correlation functions

With the traditional approach, it is assumed that the transition to normalized estimates of the correlation functions of noisy signals makes it possible to simplify calculations, move to a dimensionless value, and thus compare processes with different values of variances. It is demonstrated in this paper that the obtained results still contain significant errors from the noise even when the classical conditions are satisfied. The technology for corrected calculation of normalized correlation functions of noisy signals is proposed in the paper, which makes it possible to significantly reduce the errors from the noise even if the classical conditions are not satisfied.

Keywords: random signal, noise, noisy signal, normalized estimates of the correlation function, robust estimates

Институт Систем Управления НАН Азербайджана Представлено 05.05.2017